

Aktív csillagok többszín–fotometriai méréseinek analízise

Ribárik Gábor

Témavezető:

Dr. Oláh Katalin

MTA Konkoly Obszervatórium

Diplomamunka

2001.

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés	1
2. Az aktív csillagok jellemzői	4
2.1. Rövid történeti áttekintés	4
2.2. Az aktivitás jellemzői	5
3. A fotometriai foltmodellezés elmélete	8
3.1. Budding modellje	12
3.2. Dorren modellje	13
3.3. A szélsőtétedés leírása	13
3.4. Alkalmazás az észlelésekre	14
3.5. Az időben állandó modell	16
3.6. Az idősoros modell	16
3.7. A folthőmérséklet modellezése	17
4. Az új foltmodellező program	19
4.1. Az alkalmazott algoritmusok	20
4.1.1. A Marquardt-Levenberg fittelési eljárás	20
4.2. A program funkciói	21
4.2.1. File-műveletek	21
4.2.2. A kezdeti értékek megadása	23
4.2.3. A kezdeti görbe felrajzolása	24
4.2.4. Illesztés az időben állandó modellel	24
4.2.5. Illesztés az idősoros modellel	26
4.2.6. A foltok felrajzolása	26
4.2.7. A folthőmérséklet meghatározása	27
5. A program gyakorlati alkalmazásai	30
5.1. Alkalmazás a Napra	30
5.2. Alkalmazás a σ Gem aktív óriáscsillagra	34
5.3. Alkalmazás a HD 12545-re	38

5.4. Alkalmazás az UZ Lib aktív óriáscsillagra	40
6. Összefoglalás	42
Irodalom	43

1. fejezet

Bevezetés

A csillagaktivitás kutatása azokkal a jelenségekkel foglalkozik, melyeket a Napon részleteiben tanulmányozhatunk. Ilyenek a például napfoltok, melyeket a Nap mágneses terével hozhatunk szoros összefüggésbe. A csillagok felszínén lévő foltokat azonban direkt módon nem figyelhetjük meg, noha erre az elméleti lehetőség már adott, és egy csillagfelszíni (forró) foltot már sikerült is lefényképezni [1] – azonban mindössze egy képről van szó, egy hiperóriás csillag esetében.

A napfoltokkal analóg csillagfoltok kialakulása, fejlődése és mozgása fontos információkat nyújt a csillag mágneses terének szerkezetéről, annak változásairól, hosszú távon pedig a mágneses aktivitás hajtómotorjáról, a csillag belső és külső rétegeire is kiterjedő mágneses dinamó működéséről tudhatunk meg részleteket.

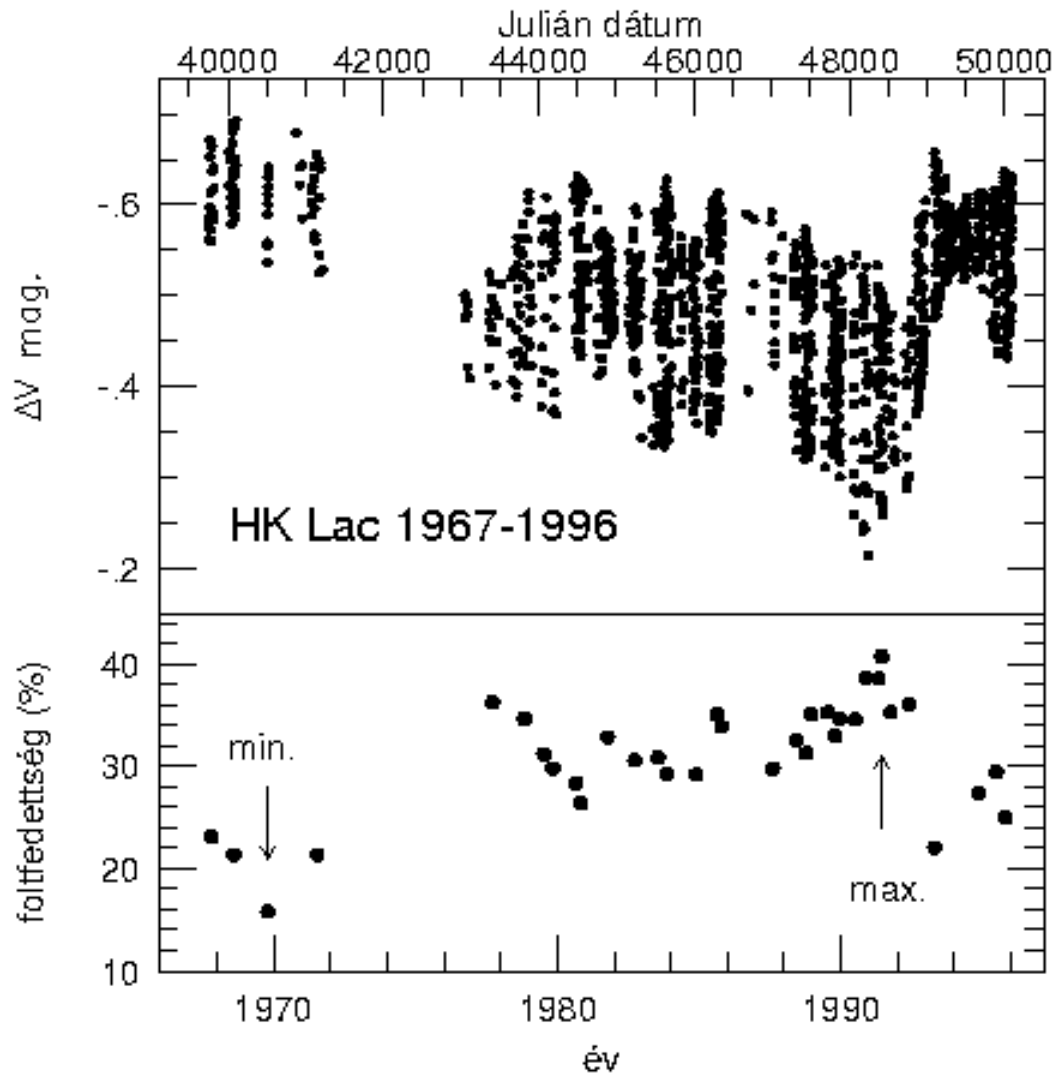
Fontos, hogy mielőtt új elméleti alapok után kutatnánk, tisztán lássuk, mi is játszódik le pontosan az aktív csillag felszínén. Ami a rendelkezésünkre áll, az pontforrások megfigyelése, amiből valamilyen módon vissza kell állítanunk a csillagfelszín hőmérsékleti struktúráját. A pontos észlelési adatok mellett megbízható modellezési eljárások kidolgozására van szükség, hiszen a csillagok felszínét csak közvetett úton térképezhetjük fel. Sok aktív csillagról létezik már évtizedes hosszúságú megfigyelési anyag, és ezek a fotometriai megfigyelések jelenleg is folytatódnak, jobbára automata távcsövekkel. Bár a fotometriai adatok információtartalma egyenként nem sok, a nagy tömegű fotometriai adatsorokból azért sok mindent megtudhatunk. Főleg az aktivitási ciklusok vizsgálata a cél, ami egyelőre reménytelen a pontosabb spektroszkópia segítségével, hiszen hosszú, folytonos spektroszkópiai megfigyelés-sorozatok egyelőre nem léteznek, legfeljebb egy-két csillagról van hosszabb adatsor. (Ebben javulást hoz majd a 2002-ben munkába álló spekt-

roszkópiai automata távcső — és rá egy-két évtizedre talán lesznek hosszú spektroszkópiai adatsorok is ...). Az aktivitási cikluson belül pedig megfigyelhetjük a foltok keletkezését, mozgását, területének változásait. Teszt modellezéssel már kimutatták, hogy az aktivitási ciklusok csak a foltfedettség változásával magyarázhatók (lásd például a 2.a-f ábrát a [2] cikkben), a foltfedettség változása szépen követi a mért fényességváltozást, amit a HK Lac esetében jól mutat az 1.1. ábra.

A jelen munka célja tehát egy fotometriai modellező programcsomag készítése. Fotometriai modellező programok persze léteznek (például [3, 4]), de nincs olyan könnyen kezelhető, megbízható programcsomag, ami közkezezen forogna, bárki által használható lenne. A dolgozatban bemutatott programcsomag megkísérli e hiány pótlását. Alkamas egy- és többszínfotometriai mérések fázis szerinti, vagy idősoros modellezésére, valamint többszínfotometriai adatok esetén a folthőmérséklet meghatározására. Túl ezen, használható az aktív csillagok oktatásában is, mert a különböző geometriai és fizikai paraméterek hatása a foltmodellre közvetlenül megfigyelhető a program működése során.

A fotometriai foltmodellezés hibáit és korlátait nem vizsgáltam, mivel erre az irodalomban már átfogó munka található [5], az ott leírtakat a program készítésekor szem előtt tartottam.

A programcsomagot már modellezett adatsorok segítségével teszteltem, és a pozitív eredmény után kipróbáltam eddig nem modellezett adatsorra is. Munkám során az észlelt adatokban rejlő információ pontos kiértékelésére fektettem a hangsúlyt, és nem a kapott eredmények elméleti magyarázatára.



1.1. ábra.

A HK Lac fényváltozása és a foltfedettség mértéke az idő függvényében.

2. fejezet

Az aktív csillagok jellemzői

2.1. Rövid történeti áttekintés

A legelső aktív csillag, amit megfigyeltek, a Nap volt. A napfoltok első megfigyelése az i.e. II. századra tehető.

Az *o* Ceti (Mira) fényességváltozását Boulliau 1667-ben úgy próbálta magyarázni, hogy a csillag egyik féltekéje fényesebb a másiknál és a tengely körüli forgás következtében ez fényességváltozást okoz. Mint utóbb kiderült a magyarázat nem volt megfelelő, ugyanis a Mira egy pulzáló változó.

A XIX. századra a két általánosan elfogadott magyarázat a változócsillagok fényváltozására a fedési kettőscsillagok és a foltos csillagok elmélete volt. A pulzáció felfedezésével azonban sok változócsillagot új típusba soroltak, úgy mint Mira-típusú-, szemireguláris-, RV Tauri típusú-, RR Lyrae típusú- és Cepheida típusú változók. Egyre több változót soroltak be az új típusok valamelyikébe és a foltos változócsillagok elmélete háttérbe szorult.

A XX. század közepén Kron újra elővette a foltos változócsillagok lehetőségét és – mint utóbb kiderült – valódi foltos változókra alkalmazta (az egyik első ilyen csillag az YY Gem volt [6], mely Me típusú törpe változó). A fénygörbe elemzéséből azonban ekkor még hiányoztak a számszerű eredmények.

A 70-es években a fotometriai foltmodellek megszületésével jelentős előrelépés történt a foltos csillagok fénygörbéinek analízisében (lásd a 3. fejezetet). A vizsgálati módszerek a 80-as évekre tovább bővültek és a színképvonalak *Doppler imaging* technikával [7] történő elemzésével lehetőség nyílt a

különböző fotometriai és spektroszkópiai modellek eredményeinek összehasonlítására. Számos csillag esetében a különböző módszerekkel kapott eredményeket konzisztensnek találták, mely alátámasztja a csillagfoltok létét.

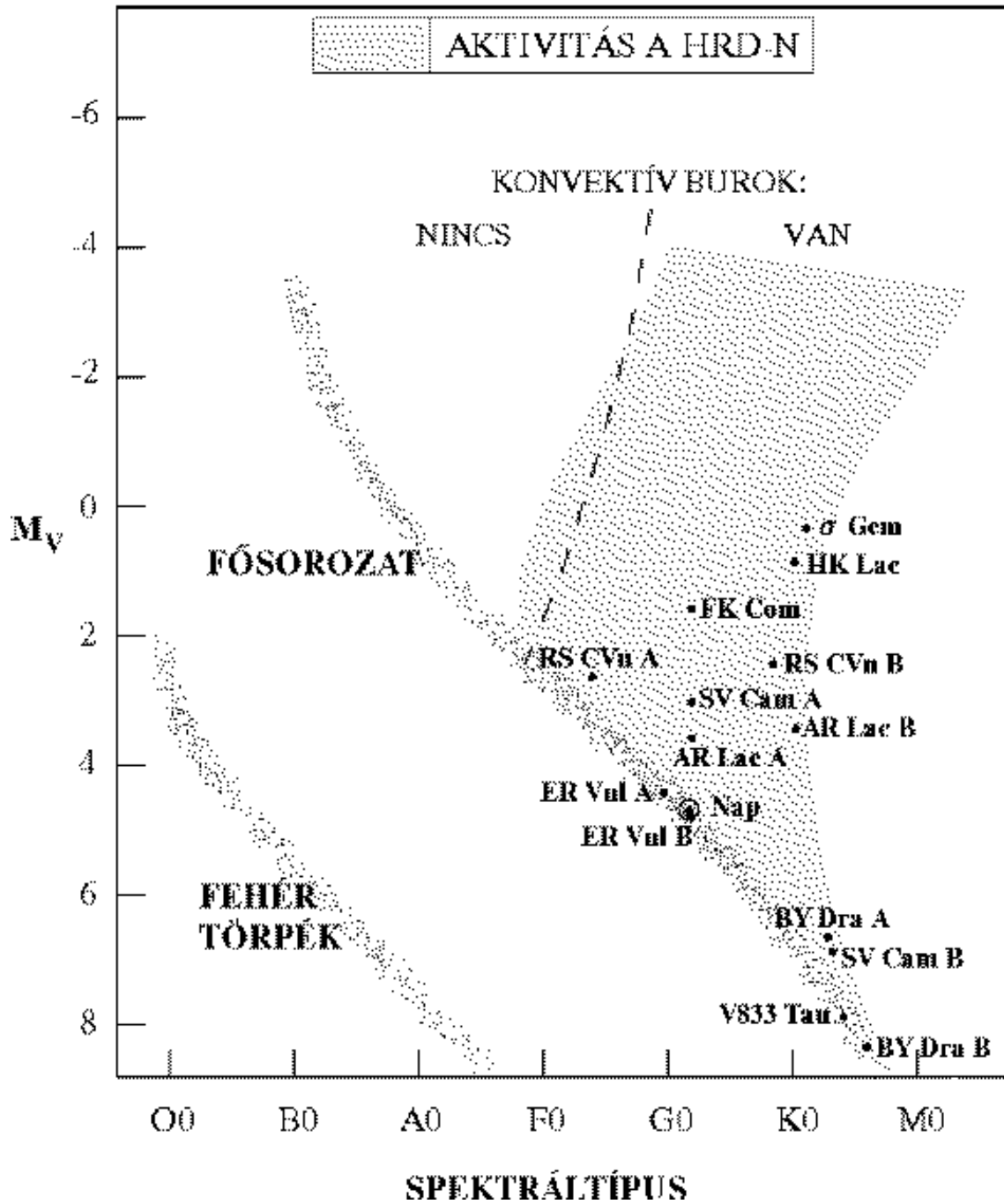
Az észlelési technika fejlődésével pedig már közvetlen bizonyítékunk is van a csillagfoltok létezésére: a *Hubble Space Telescope* feljavított műszereivel (COSTAR+FOC) az α Ori (Betelgeuse) csillagról sikerült olyan nagy felbontású UV képet készíteni, melyen látható a csillag felszíne is: a széle fele sötétedő korongon egy forró, fényes folt található [1].

2.2. Az aktivitás jellemzői

Aktív csillagok alatt olyan csillagokat értünk, melyeket mély konvektív zóna és gyors rotáció jellemez. A dinamó hatás miatt az aktív csillagok mágneses tere erős, ez az aktivitás motorja. Az aktív csillagok mágneses tere mérhető, értéke pár ezer Gauss [8]. A fotoszférikus csillagfoltok mellett kromoszférikus aktivitást is mutatnak: fáklyamezők, flerek és protuberanciák jellemzők rájuk. Ezek a jelenségek tehát a Napon megfigyelhető jelenségekkel analóg, de annál jóval intenzívebb folyamatok. Az aktív csillagok a HRD-n a fősozaton és felette az F-G-K-M színképosztályú csillagok között találhatók (lásd a 2.1 ábrát).

A fotoszférikus csillagfoltok különböző időskálákon megjelenő változásokat okoznak a csillag fényességében:

- az elsődleges fényváltozást a tengelyforgás következtében a korong előtt végigvonuló folt okozza: ez szinuszgörbére emlékeztető periodikus, vagy kváziperiodikus változás, melynek periódusideje a csillag forgási periódusával egyezik meg, amplitúdója pedig 0.1 magnitúdó körüli, de egyes csillagoknál akár a 0.5 magnitúdót is meghaladhatja. A fényváltozás amplitúdóját fizikai (a foltok mérete) és geometriai (a foltok elhelyezkedése, a csillag forgástengelyének a látóiránnyal bezárt szöge) okok egyaránt befolyásolják.
- a foltok fejlődése (keletkezése, megszűnése, méretének és helyzetének változása) következtében a fénygörbe alakjában hosszabb (néhány periódustól több hónapig terjedő) időskálájú változás figyelhető meg.
- az aktív területek nagyságának kiértékelésével néhány csillag esetében a napfoltciklushoz hasonló hosszabb időskálájú (tipikusan több éves) aktivitási ciklusok mutathatók ki.



2.1. ábra. Az aktív csillagok elhelyezkedése a HRD-n.

A csillagfoltok a napfoltokhoz hasonló képződmények, van azonban néhány lényeges különbség is:

- Míg a Napon aktivitási maximumban is a foltok összterülete legfeljebb a felszín 1%-a, addig a csillagfoltok összterülete a felszínhez viszonyítva akár 30-40% is lehet. Ez a nagy területarány nemcsak nagy területű csillagfoltokkal magyarázható, hanem nagyobb aktív területekkel is, melyek sok kisebb (a napfoltokéhoz hasonló méretű és szerkezetű) foltból állnak. A fotometriai észlelések azonban nem hordoznak elegendő információt a kérdés eldöntéséhez: akár több kisebb foltot tartalmazó foltcsoporttal, akár kevesebb nagyobb folttal modellezzük a csillagfoltokat, az észlelési hibán belül kielégítő egyezéssel leírhatjuk a fénygörbét (lásd például a 2.1.2.1. pontot és a 2.2. ábrát a [9] dolgozatban).
- További különbség, hogy míg a Napon kizárólag az egyenlítő körüli $\pm 30 - 40\%$ széles sávban fordulnak elő foltok, addig a csillagok esetében a fénygörbe kiértékelése eredményeként sokszor kapunk nagy kiterjedésű pólus környéki foltokat. Ezt a Doppler imaging technikával kiértékelt spektroszkópiai megfigyelések is megerősítik.

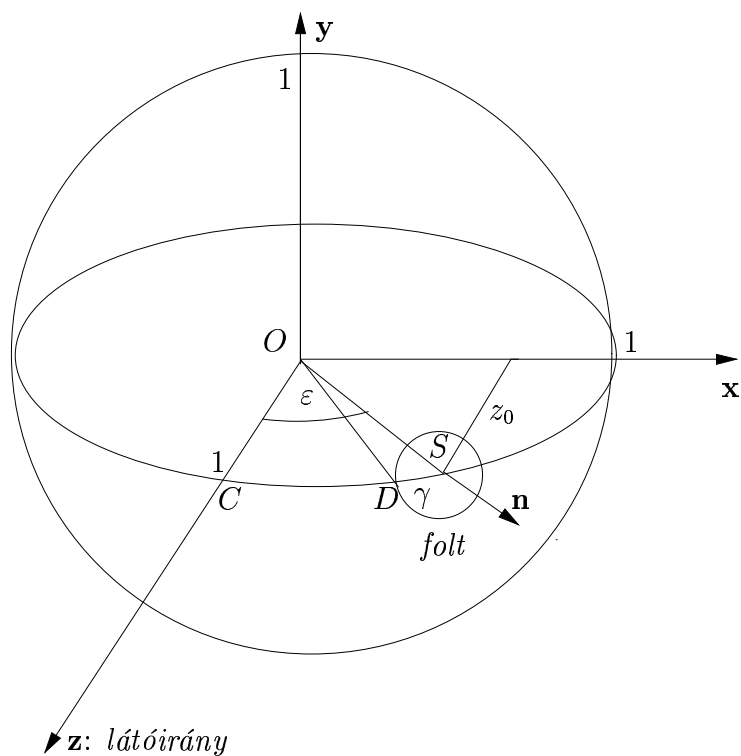
A többszín-fotometriai észlelések során kapott színindex-görbék kiértékelésével lehetőség nyílik a foltos területek környező területekhez viszonyított hőmérsékletkülönbségének meghatározására. A kapott eredményekből megállapítható, hogy a foltos területek rendszerint hidegebbek a környező területeknél (azaz a foltok többnyire „sötétek”), a hőmérsékletkülönbség értéke tipikusan $300-1500\text{ }^\circ\text{C}$ között van, míg a Nap esetében a hőmérsékletkülönbség általában $1200-1600\text{ }^\circ\text{C}$ közötti. A csillagok esetében arról is szó van, hogy a foltokat kísérő fényes fáklyamezők (amelyek környezetüknél pár száz fokkal melegebbek) is bejátszanak a hőmérsékletkülönbség meghatározásába. Mivel a sötét és a fényes területek nem különíthetők el, egy átlagértéket kapunk. A sötét és fényes területek arányának megfelelően különböző hőmérséklet-különbségeket kapunk még egy csillag esetén is, különböző időpontokban.

3. fejezet

A fotometriai foltmodellezés elmélete

Az 50-es évek óta újra előtérbe került a foltos változócsillagok elmélete. Az egyik első foltos változó, amelynél a változás okát foltokkal magyarázták az YY Gem volt [6]. Az első számszerű eredmények Bopp és Evans nevéhez fűződnek [10]. Ekkortájt alakult ki a fotometriai foltmodellezés két fő irányzata is: a felület-integrációs illetve az analitikus modellek. A felület-integrációs modellek lényege, hogy a csillag felszínét kis részekre osztják fel és az egyes részekhez vagy fotoszférikus-, vagy folthőmérsékletet rendelnek hozzá, majd a csillagot megforgatják és vizsgálják az így keletkezett fénygörbét, amit a mérési adatokhoz illesztnek. Dolgozatomban ezzel a módszerrel nem foglalkozom, a továbbiakban az analitikus foltmodellekről lesz szó. Az első — máig is érvényes — analitikus foltmodellt Budding dolgozta ki 1977-ben [11]. Budding modelljének számos továbbfejlesztett változata létezik [12, 13, 14]. Dorren 1987-es modelljének [15] egy előnye, hogy ugyanazzal a formulával adja meg a teljesen- és részlegesen látszó folt által okozott fényváltozást.

Vizsgáljuk egy kör alakú, rögzített helyzetű és méretű folt által előidézt fényváltozást. Jelölje a folt középpontjának a csillag fotoszférájához rögzített ekvatoriális rendszerbeli koordinátáit (λ, β) , a folt sugarának szögét pedig γ . A csillag sugarát válasszuk egységnyinek. A látóirány körüli forgatási szimmetria miatt a fénycsökkenés csak a folt γ méretétől és a folt középpontjában vett felületi normálvektor látóiránnyal bezárt ε szögtávolságától függ (lásd a 3.1. ábrát). A leíráshoz ε helyett $z_0 = \cos \varepsilon$ -t is használhatjuk, ami folt középpontjának a csillag középpontján átmenő látóirányra merőleges síktól való távolságát jelenti. A folt által előidézt fényváltozás meghatározásának lépései:



3.1. ábra.

Ábra a fényváltozás számításához. $\gamma = SOD\angle$ a folt sugara, $\varepsilon = SOC\angle$ pedig folt S középpontjában vett n felületi normálvektor z látóiránnyal bezárt szögtávolsága. A leíráshoz ε helyett $z_0 = \cos \varepsilon$ -t is használhatjuk.

1. *A csillag tengely körüli forgásának következtében a látszó korong előtt elvonuló folt pozíciójának meghatározása egy adott t időpontban:*

A 3.2. ábra alapján a folt középpontjában vett felületi normálvektor látóiránnyal bezárt ε szögének cosinusát az SPC gömbháromszögre felírt cosinus tétel alapján a (λ, β) koordinátákkal, a csillag forgástengelyének a látóiránnyal bezárt i hajlásszögével, és a tengely körüli forgás Φ fázisszögével a következőképpen fejezhetjük ki:

$$\cos \varepsilon = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \beta \right) \cos i + \sin \left(\frac{\pi}{2} - \beta \right) \sin i \cos(\lambda - \Phi),$$

Vagyis:

$$z_0 = \cos \varepsilon = \cos(\lambda - \Phi) \cos \beta \sin i + \sin \beta \cos i. \quad (3.1)$$

A Φ fázisszög meghatározása a t időpontban:

$$\Phi = 2\pi \frac{t - E}{P}, \quad (3.2)$$

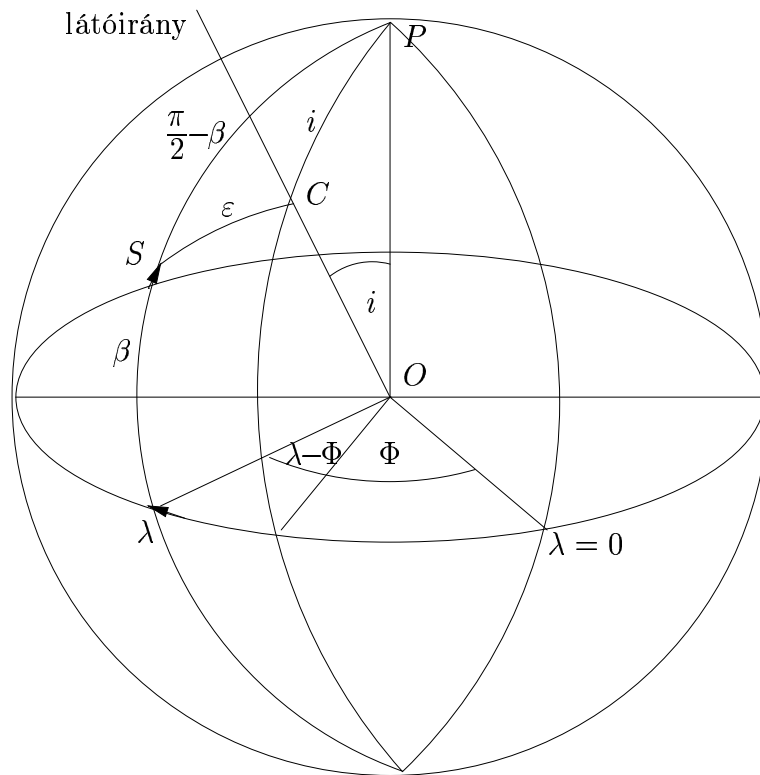
ahol P a csillag forgási periódusa és E az epocha ($t = E$ esetén a csillag látszó centrumán átmegy a $\lambda = 0$ főkör látóirányra merőleges síkra vett vetülete).

2. *A látóirányhoz képest ε szögtávolságra elhelyezkedő γ méretű folt által okozott fényváltozás számítása:*

Legyen O_{xyz} az a csillag centrumán átmenő jobbsodrású derékszögű koordináta-rendszer, amelyben a z irány a látóirányba esik, az x tengely pedig tartalmazza a folt középpontjának az xy síkra eső vetületét (lásd a 3.1. ábrát). Vegyük észre, hogy a 3.1 képletben bevezetett z_0 mennyiség éppen a folt középpontjának z koordinátája. Vezessük be a következő integrálokat:

$$\sigma_n^m = \frac{1}{\pi} \iint_{\text{folt ter.}} x^m z^n dx dy. \quad (3.3)$$

Ekkor σ_0^0 nyilván a folt vetülete területének a csillag látszó területéhez viszonyított arányát jelenti, így a folt által okozott intenzitáscsökkenés leírására használható. A σ_1^0 integrál a korong széle felé eső részeket egyre kisebb súllyal veszi figyelembe, így a lineáris szélsötétedés hatásának leírására használható. A σ_2^0 integrál pedig a kvadrátikus szélsötétedés leírására alkalmas. A további σ -integrálokat például szoros



3.2. ábra.

Ábra a folt középpontjában vett felületi normálvektor látóiránnyal bezárt szögtávolságának számításához.

kettőscsillagok esetén lehet alkalmazni, amikor a nem gömbszimmetrikus felszín következtében egy gravitációs sötétedési törvénynek eleget téve az (x, y, z) koordinátájú pont fényessége olyan módon függ ezen koordináták hatványaitól, mint a megfelelő σ -integrálban az integrandus.

A folt korongon való elhelyezkedésétől függően három esetet különböztetünk meg (lásd a 3.1. ábrát):

- a folt teljes körvonala látható: $\varepsilon \leq \frac{\pi}{2} - \gamma$.
- a folt részlegesen látható: $\frac{\pi}{2} - \gamma < \varepsilon < \frac{\pi}{2} + \gamma$.
- a folt nem látható, teljesen a korong mögött van: $\varepsilon \geq \frac{\pi}{2} + \gamma$.
Ekkor: $\sigma_0^0 = \sigma_1^0 = 0$.

3.1. Budding modellje

Budding kiszámította az alapvető σ_0^0 és σ_1^0 integrálokat és rekurziós összefüggéseket állapított meg a σ_n^m típusú integrálok között [11]. Meghatározta a folt látóirányra merőleges síkra vett vetületének alakját (amely teljesen látható folt esetén egy ellipszis) és az így kapott tartományra számította ki a σ -integrálokat. A σ_0^0 és σ_1^0 integrálokra a következő formulákat adta meg:

- ha a folt teljes körvonala látható:

$$\begin{aligned}\sigma_0^0 &= k^2 z_0, \\ \sigma_1^0 &= \frac{2}{3} \left[1 - \sqrt{1 - k^2} \left\{ (1 - k^2) + \frac{3d^2 k^2}{2(1 - k^2)} \right\} \right],\end{aligned}\tag{3.4}$$

- ha a folt részlegesen látható:

$$\begin{aligned}\sigma_0^0 &= \frac{1}{\pi} \left\{ \cos^{-1} s - s\sqrt{1 - s^2} + k^2 z_0 (\cos^{-1} \nu - \nu\sqrt{1 - \nu^2}) \right\}, \\ \sigma_1^0 &= \frac{2}{3\pi} \left[\cos^{-1} \left(\frac{\nu}{s} \right) + \frac{\sqrt{1 - k^2}}{2s} [kz_0(3k^2 - 1)\sqrt{1 - \nu^2} - \right. \\ &\quad \left. - (2s(1 - k^2) + 3dk^2) \cos^{-1} \nu] \right],\end{aligned}\tag{3.5}$$

ahol $k = \sin \gamma$, $d = \sqrt{1 - z_0^2} \sqrt{1 - k^2}$, $s = \frac{1 - k^2}{d}$ és $\nu = \frac{d - s}{kz_0}$.

3.2. Dorren modellje

Dorren a vetített tartományra vett integrálás helyett közvetlenül a csillag felületére vett integrált határozta meg. Az $\alpha_D = \gamma$ és $\beta_D = \varepsilon = \cos^{-1} z_0$ jelölésekkel a σ_0^0 és σ_1^0 integrálokat a következőképpen fejezte ki [15]:

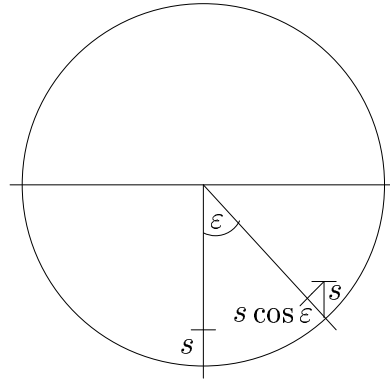
$$\begin{aligned}\sigma_0^0 &= \frac{1}{\pi} (\zeta + (\pi - \delta) \cos \beta_D \sin^2 \alpha_D - \sin \zeta \sin \beta_D \cos \alpha_D), \\ \sigma_1^0 &= \frac{1}{\pi} \left(\frac{1}{3} (\pi - \delta) (-2 \cos^3 \alpha_D - 3 \sin^2 \beta_D \cos \alpha_D \sin^2 \alpha_D) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{2}{3} (\pi - T) + \frac{1}{6} \sin \zeta (\sin 2\beta_D) (2 - 3 \cos^2 \alpha_D) \right),\end{aligned}\quad (3.6)$$

ahol $\delta = \cos^{-1} \left(\frac{1}{\tan \alpha_D} \frac{1}{\tan \beta_D} \right)$, $\zeta = \cos^{-1} \left(\frac{\cos \alpha_D}{\sin \beta_D} \right)$, és:

$$T = \begin{cases} \arctan(\sin \zeta \tan \beta_D), & \text{ha } \beta_D \leq \frac{\pi}{2} \\ \pi - \arctan(-\sin \zeta \tan \beta_D), & \text{ha } \beta_D > \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

A képlet nemcsak a részlegesen látható folt esetére érvényes, hanem a $\delta = \zeta = 0$ helyettesítéssel a teljesen látható folt esetére is.

3.3. A szélsötétedés leírása



3.3. ábra.

Ábra a szélsötétedés számításához. Ha a korong közepén s mélységig látunk be, akkor a látóiránytól ε szögtávolságra a mélység: $s \cos \varepsilon$.

A Napon figyelték meg először a szélsötétedés jelenségét, miszerint a fotoszféra nem egyenletesen fényes, hanem a korong szélei fele sötétebb. A jelenség azzal magyarázható, hogy a hőmérséklet a fotoszférán belül sem állandó, hanem a magassággal csökken. A csillag anyagának átlátszatlansága miatt csak bizonyos s optikai úthosszig tudunk belátni: ez a korong közepén s mélységet jelent, míg a látóiránytól ε szögtávolságra a mélység: $s \cos \varepsilon$, ami a korong széle fele 0-hoz tart (lásd a 3.3. ábrát). Vagyis a korong közepe fele a mélyebb (így magasabb hőmérsékletű) tartományokig belátunk, míg a széle fele csak a magasabban fekvő (kisebb hőmérsékletű) tartományokat látjuk. A látóiránytól ε szögtávolságra mért I_ε intenzitást a következő formulával szokás megadni:

$$\frac{I_\varepsilon}{I_0} = (1 - u) + u \cos \varepsilon,$$

ahol I_0 a korong közepén mért intenzitás, az u szélsötétedési együttható értéke pedig a hullámhossztól függ, a színkép vörös tartománya fele csökken. Értéke 400 nm-nél 0.83, 800 nm-nél 0.41, 10000 nm-nél pedig csak 0.05. Ez a képlet a korong pereme közelében nem alkalmazható, de a látszó sugár 0.9 részéig jól leírja a szélsötétedést.

3.4. Alkalmazás az észlelésekre

A σ_0^0 és σ_1^0 integrálok ismeretében az u lineáris szélsötétedési együttható bevezetésével a következő súlyozott folt-sötétedési függvényt definiálhatjuk:

$$\sigma_c(u, \gamma, z_0(t)) = \frac{3}{3 - u} \{ (1 - u) \sigma_0^0 + u \sigma_1^0 \}. \quad (3.7)$$

Ennek segítségével a foltos csillag intenzitása a következő:

$$I_c(t) = U \{ 1 - (1 - \kappa_w) \sigma_c(u, \gamma, z_0(t)) \}, \quad (3.8)$$

ahol U a csillag foltatlan intenzitása és a κ_w együttható a folt és a fotoszféra fluxusaránya, mely a hullámhossztól és a folt relatív hőmérsékletétől függ. Abban az esetben, ha a foltos csillag kettős rendszer tagja, az U fényesség a két komponens luminozitásának összege, viszont a folt-sötétedési függvényt csak annak a csillagnak a fényességével kell szorozni, amelyen a folt található. Ha ezt L_1 jelöli, a 3.8 képlet helyett a következő lesz érvényes:

$$I_c(t) = U - L_1 (1 - \kappa_w) \sigma_c(u, \gamma, z_0(t)). \quad (3.9)$$

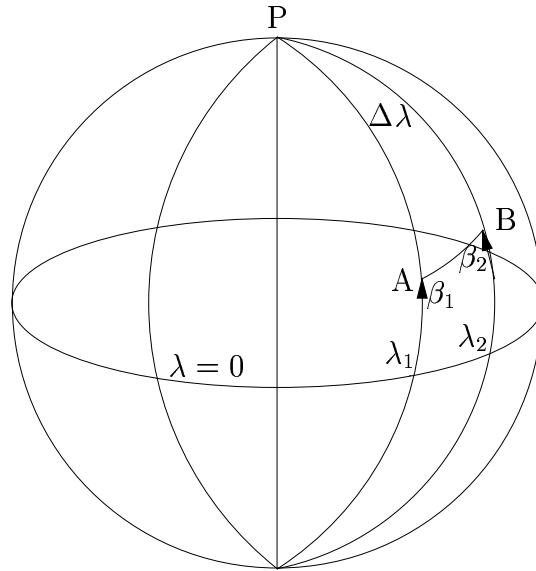
A csillag fényességének megváltozása magnitúdóskálán kifejezve:

$$\Delta m = -2.5 \log_{10} \frac{I_c(t)}{U}.$$

Ezért ha a foltalan magnitúdót USI jelöli, akkor a magnitúdóskálán kifejezett elméleti intenzitásfüggvény a következő:

$$l_c(t) = \text{USI} - \frac{2.5}{\ln 10} \ln \left\{ \frac{U - L_1(1 - \kappa_w)\sigma_c(t)}{U} \right\}. \quad (3.10)$$

Több folt esetén a σ -integrálok összeadódnak, ebből következően a σ_c folt-sötétedési függvények is összeadódnak, azonban figyelni kell arra, hogy ugyanazt a területdarabot ne vegyünk kétszer figyelembe, azaz a foltok ne fedjenek át. A gyakorlatban ez mégsem okoz problémát, ugyanis az átfedő kisebb foltokat egyetlen nagyobb helyettesíthetjük.



3.4. ábra. Ábra a foltok átfedésének feltételéhez.

A 3.4. ábra jelölései szerint a γ_1 sugarú, (λ_1, β_1) koordinátájú és γ_2 sugarú, (λ_2, β_2) koordinátájú foltok középpontjainak $AB\angle$ távolsága az ABP gömbháromszögre felírt cosinus tétel alapján:

$$\begin{aligned} \cos(AB\angle) &= \cos\left(\frac{\pi}{2} - \beta_1\right) \cos\left(\frac{\pi}{2} - \beta_2\right) + \\ &+ \sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta_1\right) \sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta_2\right) \cos(\lambda_2 - \lambda_1) \end{aligned}$$

Vagyis az átfedés feltétele:

$$\cos^{-1}(\sin \beta_1 \sin \beta_2 + \cos \beta_1 \cos \beta_2 \cos(\lambda_2 - \lambda_1)) < \gamma_1 + \gamma_2.$$

A foltparamétereket a következő intervallumokban értelmezzük: $\lambda \in [0, 2\pi]$, $\beta \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$, $\gamma \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$. A γ folt sugarat értelmezhetnénk $\frac{\pi}{2}$ -nél nagyobb szögekre is, azonban a folt ekkor helyettesíthető egy $\pi - \gamma$ sugarú fényes folttal (amennyiben a folt eredetileg sötét volt).

3.5. Az időben állandó modell

A 3.10 képlettel definiált elméleti intenzitásfüggvény σ_c -n keresztül tartalmazza a foltok koordinátáit és sugarait. Általában ezeket a paramétereket szeretnénk az észlelt fénygöréből meghatározni. Ennek egy lehetséges módszere a legkisebb négyzetek módszere, mely a $t_i \in [t_{\min}, t_{\max}]$ időpontokban észlelt l_{o_i} fényességértékeknek az ezen időpontokhoz tartozó $l_{c_i} = l_c(t_i)$ elméleti fényességekhez viszonyított eltérésének a mért adatok Δl_i hibájával súlyozott négyzetes eltérését:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^m \frac{(l_{o_i} - l_{c_i})^2}{\Delta l_i^2} - \text{et}$$

minimalizálja. Ennél a modellnél az illesztendő foltparamétereket időben állandónak vesszük, azaz a teljes észlelt adatsorhoz ugyanazt a periodikus elméleti függvényt használjuk. Mivel a 3.10 elméleti függvény nemlineáris az illesztendő paraméterekben, az illesztésnél egy nemlineáris algoritmust kell alkalmazni, az egyik leghatékonyabb módszer a Marquardt-Levenberg algoritmus.

3.6. Az idősoros modell

Sok esetben az észlelt fénygörbe alakja és amplitúdója időben nem állandó, ez a foltok helyzetének és nagyságának időbeli változásával magyarázható. A legkézenfekvőbb módszer az időbeli változás figyelembevételére, hogy az észlelési $[t_{\min}, t_{\max}]$ időintervallumot felosztjuk a $[t_{\min} + i\Delta xP, t_{\min} + i\Delta xP + xP]$ intervallumokra, ahol $i \in \left[0, \left[\frac{t_{\max} - t_{\min} - xP}{\Delta xP}\right]\right]$ egész szám, x az intervallum hossza, Δx pedig a lépésköz periódus egységeiben kifejezve. Az egyes intervallumokra alkalmazzuk az időben állandó modellt. A megoldásul kapott paramétereket az adott intervallum közepéhez tartozó időponthoz rendeljük. Az elméleti intenzitásfüggvény értékének az egyes időpontokhoz tartozó modellek intenzitásainak átlagait vesszük.

3.7. A folthőmérséklet modellezése

A 3.10 elméleti intenzitásfüggvény az észlelésnél alkalmazott sáv Λ hullámhosszától az u és κ_w paraméteren keresztül függ, a fotoszféra illetve a folt hőmérsékletétől pedig a κ_w paraméteren keresztül. A csillag hőmérséklete ismertnek feltételezhető, így elegendő a folt relatív hőmérsékletkülönbségének meghatározásával foglalkozni. A folthőmérséklet meghatározásának elve a következő:

- különböző hullámhosszakon megmérjük a csillag fényességének változását.
- az u és κ_w paraméterek hőmérséklet- illetve hullámhossz-függésére valamilyen feltételezést teszünk. A különböző Λ_i hullámhosszakhoz tartozó $l_c(\Lambda_i, t)$ elméleti függvényekben a foltparaméterek (méretek és pozíciók) azonosak, a különbség az u és κ_w paraméterek értékében van.
- megkeressük azt a folthőmérsékletet, melynél az észlelt többszín-fotometriai adatok az $l_c(\Lambda_i, t)$ elméleti függvényekhez legjobban illeszkednek, azaz az egyes fotometriai sávokhoz tartozó $\chi^2(\Lambda_i)$ négyzetes eltérések $\sum_i \chi^2(\Lambda_i)$ összege minimális.

A legegyszerűbb elméleti feltételezés a κ_w paraméter hőmérséklet- és hullámhossz-függésére, ha a csillag sugárzásának intenzitáseloszlását az abszolút fekete test sugárzását leíró Planck-függvénnyel közelítjük. Ekkor a T_{star} hőmérsékletű fotoszféra és a T_{spot} hőmérsékletű folt κ_w fluxusaránya egy adott Λ hullámhosszon:

$$\kappa_w(\Lambda, T_{\text{star}}, T_{\text{spot}}) = \frac{\exp\left(\frac{hc}{k\Lambda T_{\text{star}}}\right) - 1}{\exp\left(\frac{hc}{k\Lambda T_{\text{spot}}}\right) - 1}. \quad (3.11)$$

A folthőmérséklet 3.11-en alapuló meghatározásának szokásos módszere a következő [16]: egy adott $[\Delta T_{\text{min}}, \Delta T_{\text{max}}]$ tartományban $\Delta T'$ lépésközzel különböző ΔT hőmérsékletkülönbségeknél meghatározzuk és ábrázoljuk az egyes sávokhoz tartozó $\chi^2(\Lambda_i)$ négyzetes eltérések $\sum_i \chi^2(\Lambda_i)$ összegét, melynek minimuma adja a ΔT relatív folthőmérsékletet. A $\chi^2(\Lambda_i)$ négyzetes eltéréseket az egyes sávoknál *függetlenül* alkalmazott időben állandó modellek eredményeül kapott foltparamétereinek átlagértékeivel kell meghatározni.

Ennél jóval természetesebb módja a folthőmérséklet meghatározásának, ha a κ_w paraméter hőmérsékletfüggését meghatározó nemlineáris a 3.11 egyenlettel kiegészítjük a 3.10 elméleti intenzitásfüggvényt, a T_{spot} folthőmérsékletet hozzávesszük az illesztendő paraméterek közé és a többszín-fotometriai adatokat *egyszerre* illesztjük ugyanazokkal a foltparaméterekkel és a T_{spot} folthőmérséklettel az időben állandó modell segítségével. A dolgozatban ezt a módszert alkalmaztam a folthőmérséklet meghatározására. A módszer előnye, hogy gyorsabban és pontosabban megkapjuk vele a folthőmérséklet értékét, mint a szokásos módszerrel [16].

4. fejezet

Az új foltmodellező program

Munkám jelentős része egy új fotometriai foltmodellező program [17] kifejlesztése, mely alkalmas egy- és többszín-fotometriai mérések fázis szerinti, vagy idősoros modellezésére, valamint többszín-fotometriai adatok esetén a folthőmérséklet közvetlen meghatározására.

A program a 3.5., 3.6. és 3.7. pontokban ismertetett fotometriai foltmodelleket alkalmazva a 3.10, 3.11, 3.7 és 3.4–3.5, vagy 3.6 képletekkel definiált elméleti intenzitásfüggvény paramétereit határozza meg maximálisan három folt esetén egy- vagy többszín-fotometriai adatokból.

A program UNIX operációs rendszerre lett kifejlesztve. Lényegi része a *gnuplot* program [18] egy általam módosított verziója, mely az adatok és az elméleti intenzitásfüggvény felrajzolása mellett az illesztést is elvégzi a programban meglévő Marquardt-Levenberg algoritmussal. Ezt az algoritmust részletesen ismertetem a következő pontban.

A *gnuplot*-ot egy nemzetközi csapat fejleszti és *C-nyelven* íródott, elsősorban adatok és függvények ábrázolására való. A módosított program képes a 3.1. illetve 3.2. pontokban megadott σ -integrálok értékének időben optimális meghatározására (a σ -integrálok kiszámításának időigénye Budding és Dorren képletei alapján 10%-on belül azonos, így mindegy melyiket használjuk), illetve az iteráció minden egyes lépésénél újrarajzolja az észlelt és elméleti intenzitásgörbét, így folyamatosan nyomon követhetjük, hogyan közelednek az elméleti függvények a észlelt adatokhoz.

Ezen kívül számos segédprogramot használok, melyek a file-okkal és az adatokkal kapcsolatos műveleteket végzik (például az idősoros illesztésnél az elméleti függvény értékeinek a meghatározását). Ez utóbbiakat elsősorban a

zsh shell [19] script-nyelvén írtam, de több GNU programot [20] is felhasználok, mint például *GNU AWK* programot.

A grafikus kezelőfelületet *Tcl/Tk* script-nyelven [21] írtam. Ez egyrészt gnuplot-hoz és a segédprogramokhoz szolgál *frontendként*, másrészt a felhasználóval való interaktív kapcsolatot biztosítja.

A foltok felrajzolását a *povray* program [22] végzi, melyet 3 dimenziós objektumok különböző nézetekből való felrajzolására terveztek.

4.1. Az alkalmazott algoritmusok

4.1.1. A Marquardt-Levenberg fittelési eljárás

Ez egy legkisebb négyzetek módszerén alapuló fittelési módszer [23, 24], mely *nemlineáris* problémákra is alkalmazható.

- *Két dimenzióban* a meghatározandó a_1, a_2, \dots, a_n paraméterektől függő $z = f(x, a_1, a_2, \dots, a_n)$ függvény x_i -hez tartozó értékeinek az ugyan-csak x_i értékekhez tartozó z_i adatoktól való súlyozott négyzetes eltérést: $\chi^2 = \sum_{i=1}^N w_i^2 (z_i - f(x_i, a_1, a_2, \dots, a_n))^2$ -et minimalizálja, ahol N az adatok száma.
- *Három dimenzióban* pedig a meghatározandó a_1, a_2, \dots, a_n paraméterektől függő $z = f(x, y, a_1, a_2, \dots, a_n)$ függvény (x_i, y_i) -hez tartozó értékeinek az (x_i, y_i) értékekhez tartozó z_i adatoktól való súlyozott négyzetes eltérését: $\chi^2 = \sum_{i=1}^N w_i^2 (z_i - f(x_i, y_i, a_1, a_2, \dots, a_n))^2$ -et minimalizálja. N itt is az adatok száma.

A linearitás azt jelenti, hogy z az a_1, a_2, \dots, a_n paraméterek lineáris függvénye (az x és y változóktól tetszőlegesen függhet). A 3. fejezetben ismertetett fotometriai foltmodellező módszer egyik foltparaméterben sem lineáris, ezért ezek meghatározásához egy nemlineáris módszert kell használni. Az algoritmust a felhasználó szemszögéből ismertetem, a módszer matematikai háttéréről lásd például a [25] könyvet.

A Marquardt-Levenberg módszer egy *iterációs* eljárás, minden lépésnél kiszámolja a súlyozott négyzetes eltérést és meghatározza a paraméterek értékét a következő iterációhoz. A w_i *súlyokat* az adatok relatív hibáiból számolja ki, a hibák megadásának hiányában egyenletes súlyozást: $w_i = 1$ -et használ.

Az algoritmusban a paraméterek változásának nagysága, a *lépésköz* fordítottan arányos egy λ paraméterrel, ha talál jobb megoldást (ami χ^2 -et csökkenti) és egy $\lambda > \lambda_{min}$ feltétel teljesül, akkor λ értékét egy előre megadható faktorral (általában 10-el) leosztja és továbblép a következő iterációra, ha pedig nem talál jobb megoldást, akkor egész addig felszorozza ezzel a faktorral, amíg ez nem sikerül. Így néhány átmeneti állapottól eltekintve (amikor az adott iterációnál csak leosztja egyszer λ -t), végig optimális lépésközzel halad a megoldás felé.

Konvergenciakritériumként megadhatjuk az iterációk maximális számát, vagy megadhatunk egy határt χ^2 két egymást követő lépés közötti relatív változására, ha ez a megadott határnál kisebb, akkor a fittelés leáll.

Eredményként a paraméterek értékén kívül *statisztikai információkat* is kapunk: a paraméterek relatív hibáját, a korrelációs mátrixot és az aszimptotikus standard hibákat. Ez utóbbi fontos a kapott eredmény megítélésében: ha tudjuk, hogy a fizikai modell megoldása olyan, hogy a paramétereknek jól meghatározott értékük van, azaz a hibafelület minimuma „éles” és mégis bizonyos paramétereknél nagyok az aszimptotikus standard hibák, akkor valószínűleg ezen paraméterek értéke távol van az optimumbelitől, a paraméterek más kezdőértékekből indításával lehet fizikailag és χ^2 értékében is jobb megoldást is találni. Míg a lineáris problémák megoldása egyértelmű, a nemlineáris fittelésnél gyakran mellékminimumot találunk, ilyenkor a helyes megoldás megtalálása csak interaktívan, a paraméterek kezdőértékeinek próbálgatásával lehetséges.

4.2. A program funkciói

4.2.1. File-műveletek

A 4.1. ábrán a program fő panelje látható. A panel bal oldalán megadható file-nevek két csoportba oszthatók:

- *Bemenő file-ok (input file names)*: itt lehet megadni az észlelt intenzitásokat tartalmazó adatfile-t (*data file*) és a kezdeti értékeket tartalmazó file-t (*ini file*). A kezdeti értékeket a panel jobb oldalán állíthatjuk be, melyek értékét a *Save ini file* gomb segítségével menthetjük el az *ini file* mezőnél megadott nevű file-ba. A *Load ini file* gombbal betölthetjük az előzőleg elmentett *ini file* mezőnél megadott nevű kezdeti érték file-t.

Spot Modelling

Here you can specify the input file names:

data file:

ini file:

Here you can specify the output file names:

param. file:

info file:

curve file (ascii):

curve file (ps):

spots image file:

Here you can specify the initial values of the parameters. The red button indicates that the value of that parameter should be refined.

USI:

U:

L1:

kw:

u:

Epoch:

Period:

i:

lambda:

beta:

gamma:

Spot temperature modelling:

data files:

wavelength [nm]:

USI:

u:

Tstar [10000 K]:

Tspot [10000 K]:

Use time series of the fitting parameters:

par. curves file:

Iterated period:

Step:

Reinitialize parameters:

Fit control:

Time range:

Intens. range:

Limit for stopping:

Maximal number of iterations:

4.1. ábra. A program fő panelje.

- Kimenő file-ok (*output file names*): itt lehet megadni az illesztés eredményéül kapott file neveket. Ezek a következők:
 - *param. file*: a fizikai paramétereket tartalmazó file, melyet a *View params* gombbal lehet megnézni. Az időben állandó modellnél az illesztés eredményéül kapott paraméterek esetében a paraméter értéke mellett a hibája is szerepel. Az idősoros modell esetében pedig az illesztett paramétereknél az eredmény három oszlopos: az intervallum közepéhez tartozó időpontot, a hozzá tartozó paraméter értéket és hibát tartalmazza.
 - *info file*: az illesztés eredményeként kapott statisztikai információkat (paraméterek értéke, paraméterek hibája, korrelációs mátrix) tartalmazó file, melyet a *View info* gombbal lehet megnézni.
 - *curve file (ascii)*: az illesztés eredményeként kapott elméleti intenzitásgörbét tartalmazó ASCII file.
 - *curve file (ps)*: az illesztés eredményeként kapott elméleti intenzitásgörbét tartalmazó Postscript file, melyet a *View fitted* gombbal lehet megnézni (lásd például az 5.7. ábrát).
 - *spots image file*: a foltokat ábrázoló GIF (kép, vagy animáció) file, melyet a *View spots* gomb hatására előjövő foltrajzoló panel (4.4., vagy 4.5. ábra) *View* gombjával lehet megnézni.
 - *par. curves file*: az idősoros modell esetén az illesztés eredményeként kapott paraméterek időfüggését tartalmazó Postscript file, melyet a *View p. curves* gombbal lehet megnézni (lásd például az 5.8. ábrát).

Ugyancsak file-okkal kapcsolatos a *Cleanup* gomb, mely letörli a keletkezett új file-okat. Az *Exit* gomb hatására a program kilép.

4.2.2. A kezdeti értékek megadása

A fő panel (4.1. ábra) jobb oldalán lehet a fizikai paraméterek értékét és az illesztendő paraméterek kezdeti értékét beállítani. Ezek a következők:

- *USI*: a csillag foltatlan fényessége magnitúdóskálán kifejezve.
- *U*: a 3.9 képletben szereplő intenzitás, ami a csillag foltatlan fényességével arányos (általában egységnyinek választható).
- *L1*: a 3.9 képletben szereplő L_1 intenzitás, amihez képest a csillag fényváltozását számítjuk (ha a csillag nem kettős, akkor U-val egyezik meg).

- kw : a 3.9 képletben szereplő κ_w együttható, mely a folt és a fotoszféra fluxusarányával egyezik meg. Mindhárom foltra külön-külön megadható.
- u : a 3.7 képletben szereplő u lineáris szélsőtétedési együttható.
- $Epoch$: a 3.2 képletben szereplő epocha.
- $Period$: a csillag forgási periódusa.
- i : a csillag forgástengelyének a látóiránnyal bezárt hajlásszöge
- $lambda$: a három folt helyzetének $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ hosszúsága.
- $beta$: a három folt helyzetének $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ szélessége.
- $gamma$: a három folt $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ mérete.

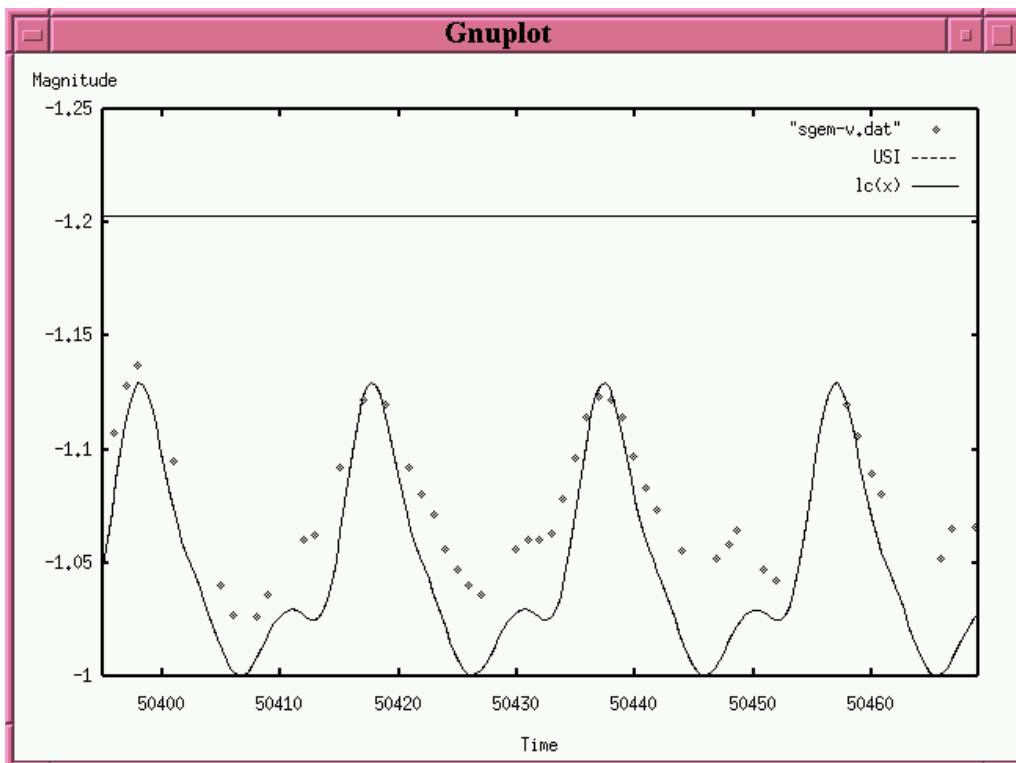
Ezen paraméterek közül bármelyiknek az értéke meghatározható illesztéssel, a paramétereket a nevük és értékük mellett található gomb bekapcsolásával vehetjük be az illesztendő paraméterek közé. Ha egy- vagy kétfoltos modellt szeretnénk használni, akkor a felesleges foltok megszüntetése γ értékének 0-ra állításával és a megfelelő foltparaméterek illesztésének kikapcsolásával lehetséges.

4.2.3. A kezdeti görbe felrajzolása

A fő panel (4.1. ábra) jobb oldalán a *Time range* illetve *Intens. range* feliratú mezőknél állíthatjuk be a rajzolásnál és illesztésnél használt idő- illetve intenzitástartományt. A *View initial* gomb hatására a program kirajzolja a mért adatokat és a paraméterek aktuális értékének megfelelő elméleti intenzitásfüggvényt, valamint USI értékét a megadott intervallumokban. Ennek a funkciónak a segítségével próbálgatással durván beállíthatjuk a paraméterek kezdőértékeit az illesztéshez, a paraméterek értékeinek pontosabb meghatározásához. A 4.2. ábrán egy példa látható a kezdeti görbe felrajzolására.

4.2.4. Illesztés az időben állandó modellel

A paraméterek kezdőértékének és az idő- illetve intenzitásintervallumok beállítása mellett a Marquardt-Levenberg algoritmus 4.1.1. pontban említett kétféle konvergenciakritériumát is beállíthatjuk: *Limit for stopping* a határ χ^2 két egymást követő lépés közti relatív változására, *Maximal number of iterations* pedig az iterációs lépések maximális száma. Az illesztést a *Use time*



4.2. ábra. Példa a kezdeti görbe felrajzolására.

series of the fitting parameters opció kikapcsolása után a *Run FIT* gombbal indíthatjuk. A program az iteráció minden egyes lépésénél felrajzolja a 4.2.3. pontban ismertetett ábrát (lásd például a 4.2. ábrát), így folyamatosan nyomon követhetjük, hogyan közelednek az elméleti függvények a észlelt adatokhoz. Az illesztés végén a program fázis szerint is felrajzolja az ábrát. Az illesztés befejeztével megnézhetjük a 4.2.1. pontban ismertetett kimenő file-okat, illetve a *View spots* gombra előjövő panellel felrajzoltathatjuk az eredményül kapott foltokat. Az illesztett görbére példa az 5.5. ábrarozat.

4.2.5. Illesztés az idősoros modellel

Az időben állandó modell paramétereinek beállítása mellett a 3.6. pontban definiált x intervallumot és Δx lépésközt is beállíthatjuk az *Iterated period* és *Step* mezők segítségével. A *Reinitialize parameters* opció bekapcsolásával a program minden egyes illesztésnél a kezdeti értékeknek megfelelően inicializálja az illesztendő paraméterek értékét, ennek hiányában az egymást követő illesztéseknél az újabb illesztés kezdőértékének az előző illesztés eredményét használja (ennek előnye, hogy az illesztés gyorsabb és ha a paraméterek lassan változnak, akkor végig jó kezdőértékekből indul az illesztés). Az illesztést a *Use time series of the fitting parameters* opció bekapcsolása után a *Run FIT* gombbal indíthatjuk. A 4.3. ábrarozat példa az illesztés közben kirajzolt ábrára. Az illesztett görbére egy példa az 5.7. ábra, a paraméterek időfüggésére példa az 5.8. ábrarozat.

4.2.6. A foltok felrajzolása

A fő panel (4.1. ábra) *View spots* gombja segítségével előhozhatjuk a foltrajzoló panelt (4.4., vagy 4.5. ábra).

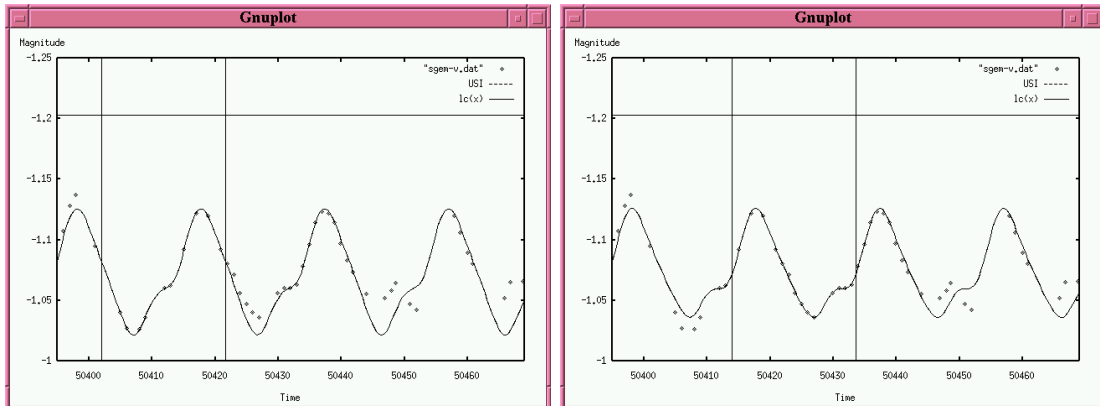
- A nem idősoros program esetén az illesztés eredményül kapott foltok felrajzolása (*View the fitted spots* opció) mellett lehetőség van a fő panelen beállított kezdeti értékeknek megfelelő foltok ábrázolására is (*View the initial spots* opció). A program a foltokat vagy egy tetszőlegesen megválasztható (λ , β) irányból nézve rajzolja fel (*View from* opció), vagy egy tetszőleges időpontban (*Time*) a látóirányból nézve (*View from the line of the sight* opció). A *Show: axes* opció bekapcsolásával a koordinátatengelyek, a *Show: circles* opció bekapcsolásával a főkörök felrajzolására nyílik lehetőség. Az *Image size* sornál állíthatjuk be a kép vízszintes (*width*) és függőleges (*height*) méretét. Ekkor a program GIF-képet készít, melyre egy példa a 4.6 ábrán látható.

- Az idősoros program esetében beállítható opciók értelmezéséhez lásd a nem idősoros program leírását. Ekkor a program GIF-animációt készít a foltok elhelyezkedéséről a látóirányból nézve. Az animációt alkotó képkockákhoz tartozó időpontok az egyes időintervallumok középértékei. A [17] weboldalon egy példa található az animációra: a csillag forgása mellett a foltok mozgása és méretének változása is megfigyelhető.

Az ábra (vagy animáció) készítése a *Compute* gomb megnyomásával indul, melyet miután elkészült a *View* gombbal nézhetjük meg. A panelt a *Close* gombbal csukhatjuk be.

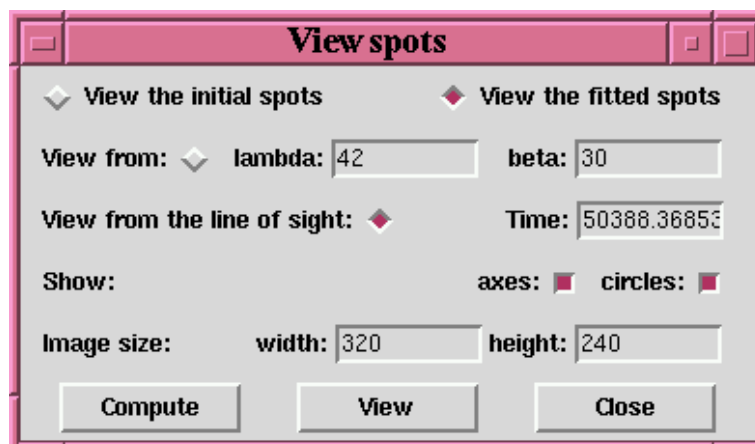
4.2.7. A folthőmérséklet meghatározása

A program képes a folthőmérséklet meghatározására többszín-fotometriai mérésekből a 3.7. pontban ismertetett folthőmérséklet modell segítségével. A *data files* mezőnél két különböző színhez tartozó fénygörbét adhatunk meg. A *wavelength* mezőnél a hozzájuk tartozó hullámhosszakat, az *USI* mezőnél a hozzájuk tartozó *USI* magnitúdókat, az *u* mezőnél pedig a hozzájuk tartozó szélsőtédési együtthatókat állíthatjuk be. A *Tstar* mezőnél a csillag fotoszférájának hőmérsékletét, a *Tspot* mezőnél pedig a folthőmérséklet kezdeti értékét állíthatjuk be 10000 K egységben. A folthőmérsékletet a *Tspot* mező mellett található gomb bekapcsolásával vehetjük be az illesztendő paraméterek közé. Az illesztést a *Spot temperature modelling* opció bekapcsolása után a *Run FIT* gombbal indíthatjuk. A program a két színben mért fénygörbét és a hozzájuk tartozó elméleti függvényeket az *Intens. range* mezőnél megadott időintervallum hosszával egymáshoz képest eltolja és az illesztést egyszerre végzi. Az illesztés közben látható ábrára egy példa az 5.9. ábra. Az illesztés végén a program felrajzolja a két színhez tartozó adatok és elméleti görbék különbségét idő- és fázis szerint is. Ez utóbbira egy példa az 5.10. ábra.



4.3. ábra.

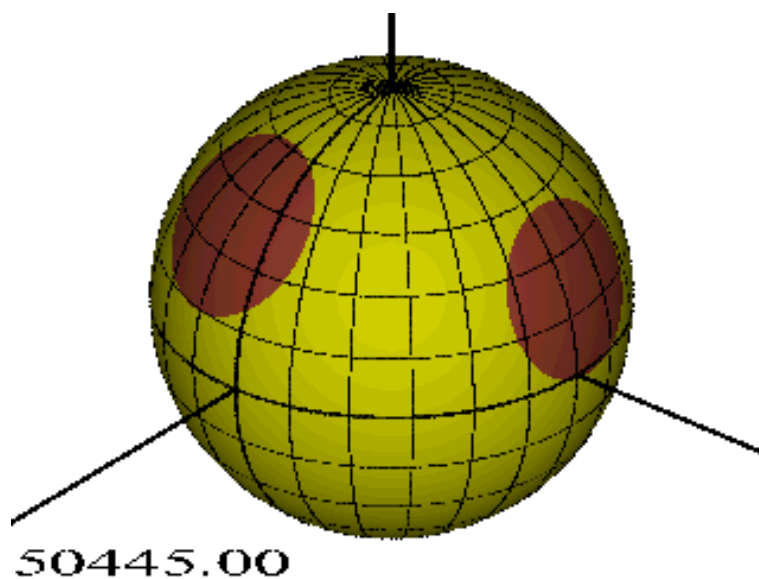
Példa az idősoros illesztésre. A program a függőleges vonalakkal határolt *Iterated period* hosszú időtartomány adatait veszi csak figyelembe az illesztésnél, az illesztett tartomány *Step* lépésközzel végigvonul a teljes észlelt időtartományon. Az ábrán az illesztés két különböző fázisa látható.



4.4. ábra. A foltrajzoló panel.



4.5. ábra. A foltrajzoló panel idősor alkalmazása esetén.



4.6. ábra.

Példa a foltok felrajzolására a látóirányból nézve. A foltokat a σ -Gem V sávban észlelt fénygörbéjére illesztett három foltos időben állandó modell megoldásaként kaptam. A függőleges tengely a pólus irányába mutat, a vastagon kihúzott főkör hosszúsága: $\lambda = 0$.

5. fejezet

A program gyakorlati alkalmazásai

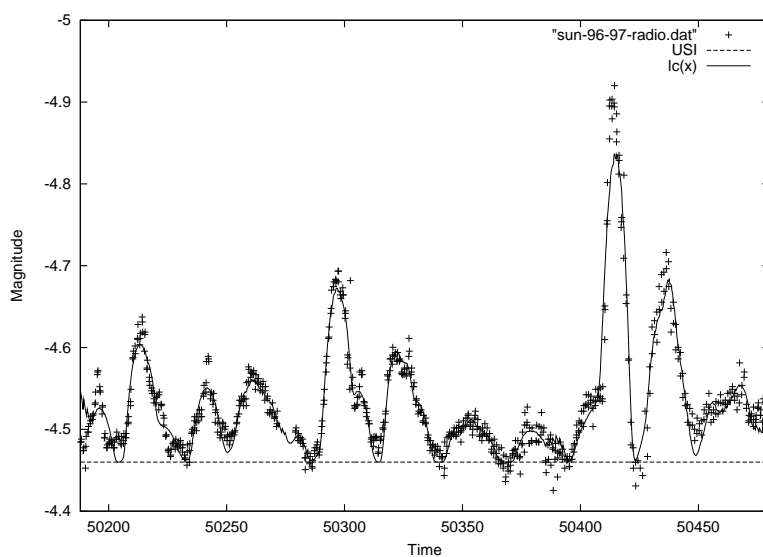
5.1. Alkalmazás a Napra

A programot először a Nap 10.7 cm-es rádiósávban észlelt adataira alkalmaztam, az 1996-os évre. A Nap aktivitását ez a rádiósugárzás jól követi, amplitúdója pedig hasonló a csillagokon mértékhez (0.1-0.3 magnitúdó). Az 1996-os évben a Nap aktivitása minimumán volt, csak egy-két aktív terület volt észlelhető. Így az okozott változás is egyszerű volt és alkalmas a csillagra írt szoftverek tesztelésére (részletesebben lásd: [26]). A Napról készült nagy felbontású rádió- illetve röntgenfelvételek pedig a kapott foltparaméterek ellenőrzésére adnak lehetőséget. A modellezéshez két egyenlítőhöz rögzített foltot használtam (lásd: [26]).

Az 5.1. ábrán az észlelt és a dolgozatban közölt programmal illesztett fénygörbe látható idősoros modell alkalmazása esetén. Az 5.2. illetve az 5.3. ábrákon pedig ugyanezen adatsor modellezésének eredménye látható az általam írt programmal illetve Bartus [3] programjával. Látható, hogy a kapott foltparaméterek hibán belül megegyeznek.

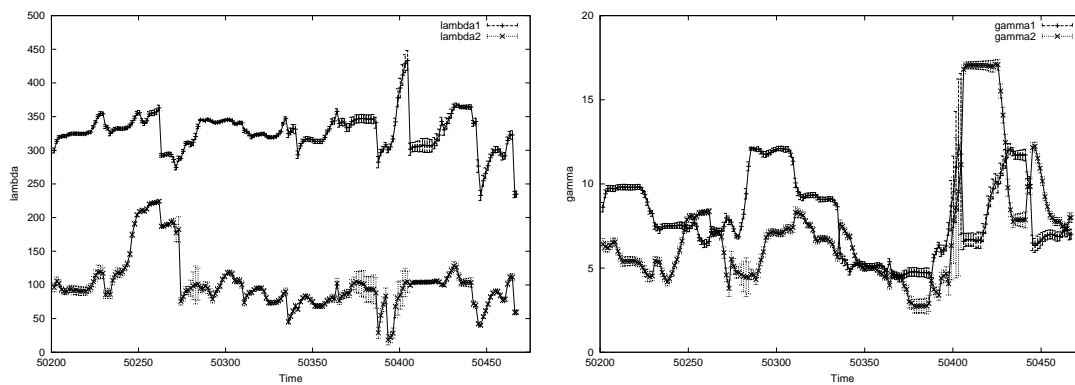
Az 5.4. ábrán a dolgozatban közölt programmal kapott látóirányból ábrázolt foltok, illetve a Nap Nobeyama-ban (Japán) készült rádiófelvétele látható 1996.05.11-én 02:45-kor (MJD=50214.615).

Mindezek alapján a programom első tesztje sikeresnek mondható.



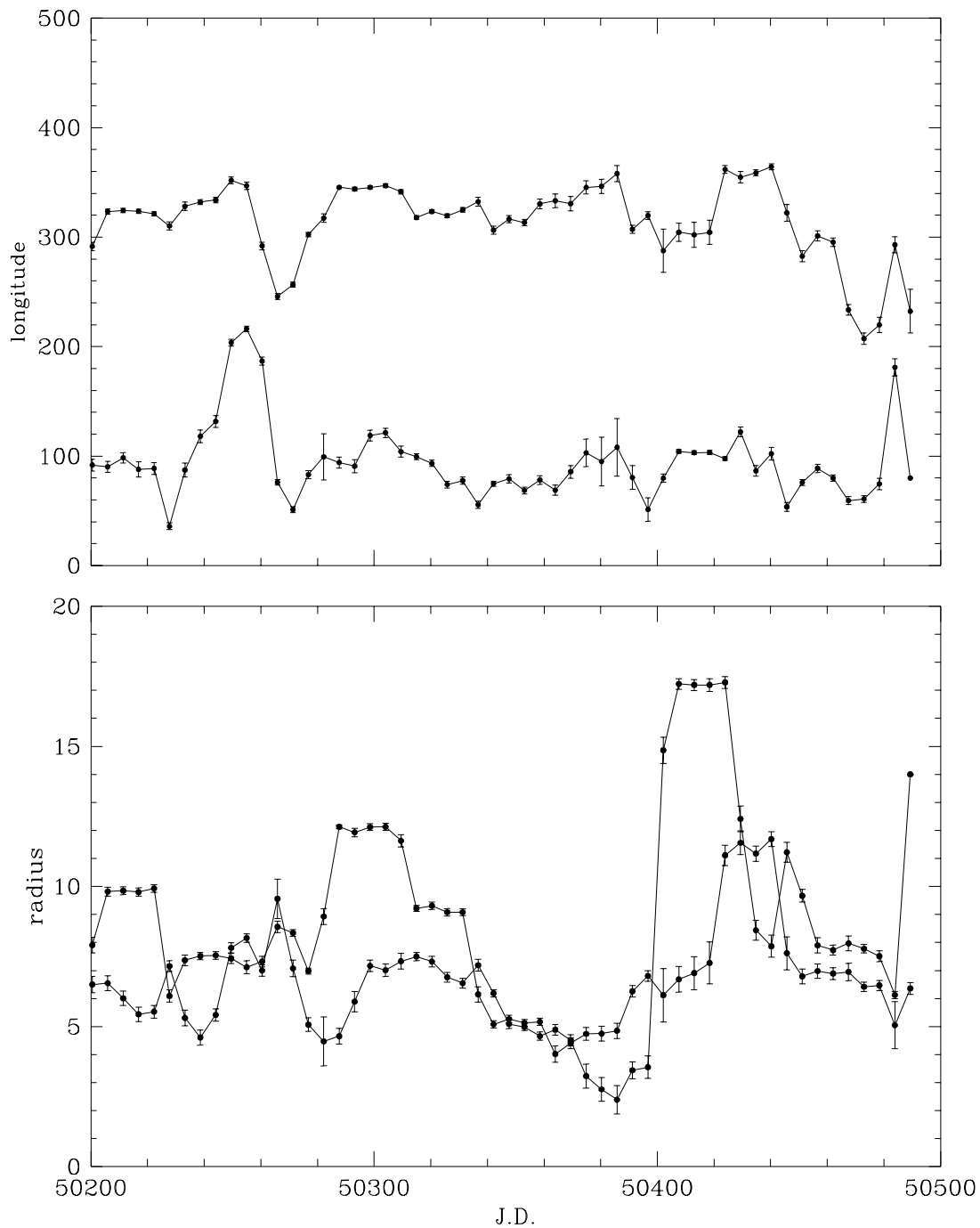
5.1. ábra.

A Nap 10.7 cm-es rádiósávban észlelt és illesztett fénygörbéje két ekvatoriális foltos idősoros modell alkalmazása esetén.

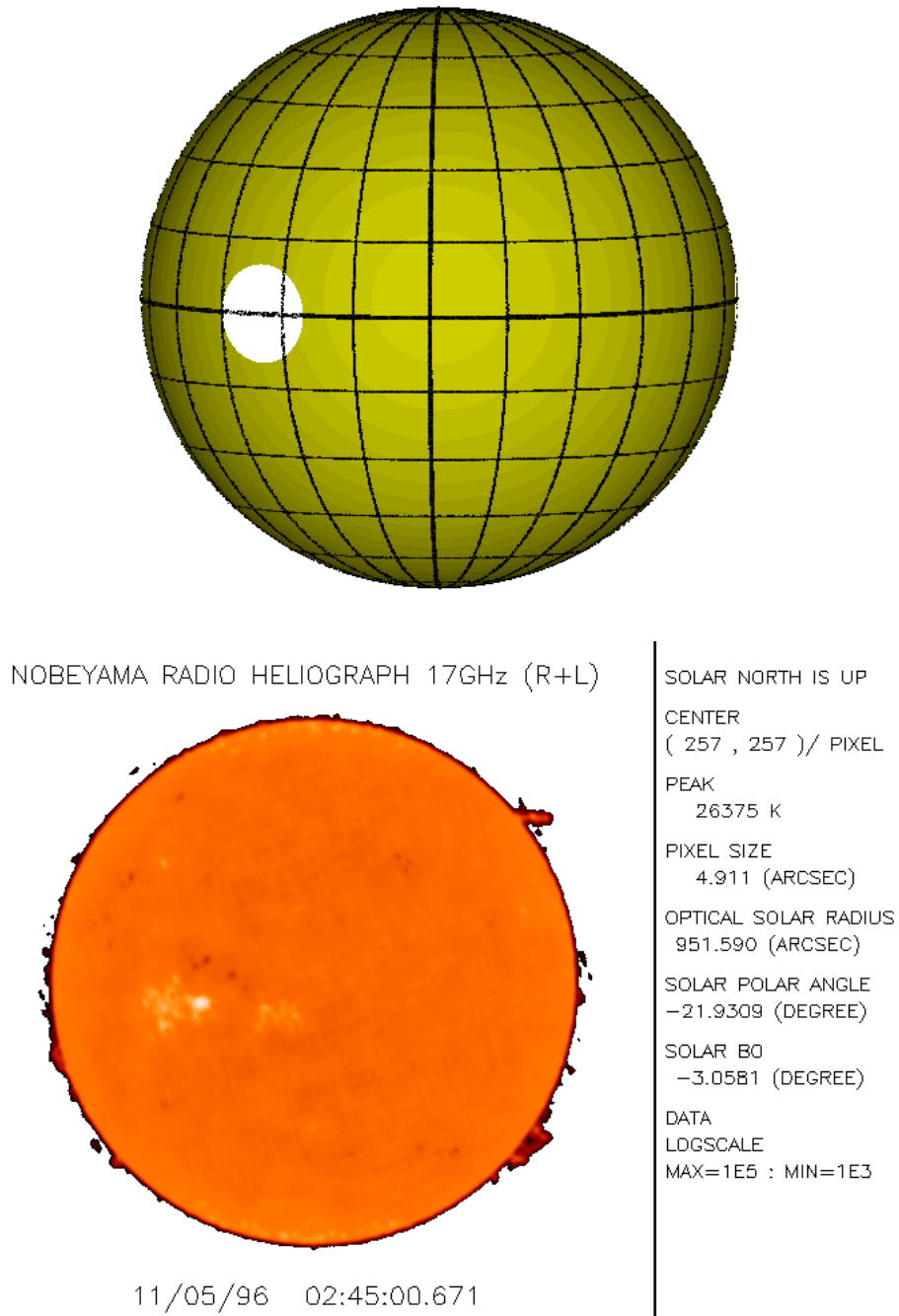


5.2. ábra.

A Nap 10.7 cm-es rádiósávban észlelt adatsorára alkalmazott két ekvatoriális foltos idősoros modell eredményéül kapott foltparaméterek (λ , γ) időbeli változása. Az ábrán a paraméterek hibája is fel van tüntetve.



5.3. ábra. Az előző ábra megfelelője Bartus [3] programját használva.



5.4. ábra.

A kapott foltok a látóirányból nézve (felső ábra) és a Nap Nobeyama-ban (Japán) készült rádiófelvétele (alsó ábra) 1996.05.11-én 02:45-kor (MJD=50214.615).

5.2. Alkalmazás a σ Gem aktív óriáscsillagra

A Nap után a programot a σ Gem K1-óriáscsillag Strömgren színrendszerben mért többszín-fotometriai adatain teszteltem (az adatokról információ a [27] cikkben található). A csillag egy RS CVn típusú kettős rendszer tagja, a másodkomponens valószínűleg egy hideg fősorozati G, vagy K típusú csillag, de sem fotometriailag, sem spektroszkópiailag nem látszik. A pontos mérések lehetővé tették a foltparaméterek változásának meghatározását az idősoros modell alkalmazásával, a többszín-fotometriai adatokból pedig a folthőmérsékletet határoztam meg.

Az 5.5. ábraszorozat az időben állandó modell alkalmazására példa egy-, két- illetve három folt esetén, a kapott foltparamétereket az 5.1. táblázat tartalmazza. Látható, hogy a két- illetve három foltos modell között nincs lényeges különbség.

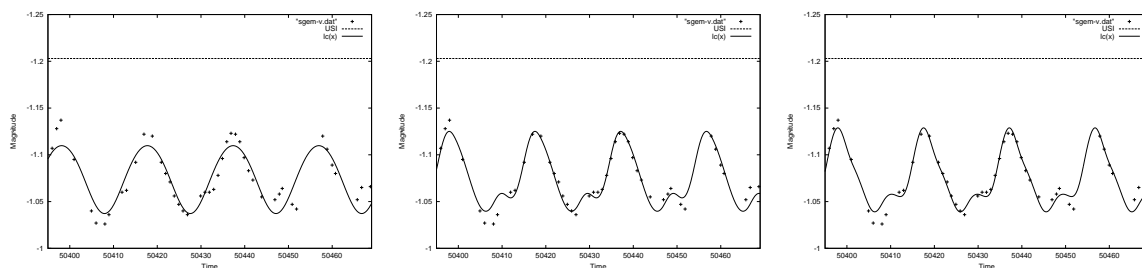
foltok száma	λ_1	β_1	γ_1	λ_2	β_2	γ_2	λ_3	β_3	γ_3
1	359	83	37.4	-	-	-	-	-	-
2	329	80	35.4	95	-28	23	-	-	-
3	342	38	23.5	95	20	22.1	234	40	19
3+folthőm.	360	32	17.1	96	-33	36.3	265	73	27.3

5.1. táblázat.

A σ Gem y sávban észlelt fénygörbéjéből kapott foltparaméterek egy-, két- illetve három foltos időben állandó modell, illetve három foltos folthőmérsékletes modell alkalmazása esetén.

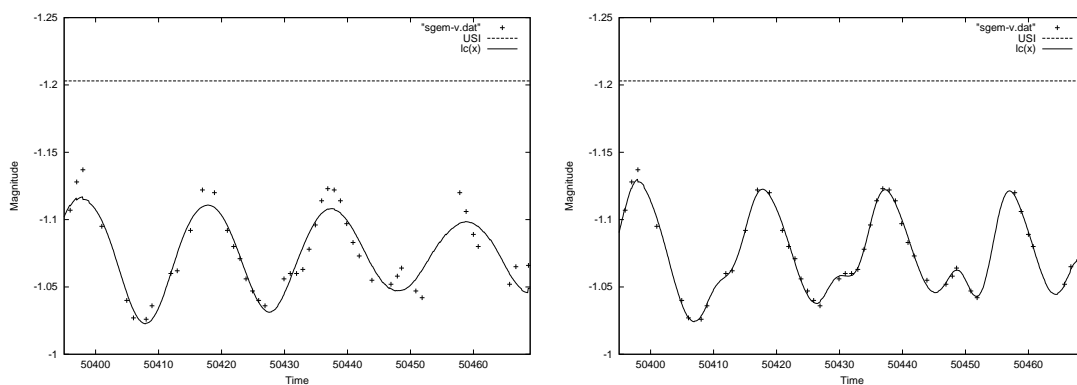
Az 5.6. ábraszorozat az idősoros modell alkalmazására példa egy- illetve két folt esetén. Az 5.7. ábrán pedig a három foltos idősoros modell eredményéül kapott fénygörbe látható: a két foltos modellhez képest itt sincs lényeges különbség. A foltparaméterek időbeli változása az 5.8. ábrán látható.

A b illetve y sávban észlelt fénygörbéből meghatároztam a folthőmérsékletet. A csillag hőmérsékletére $4630 K$ -t feltételezve a folt hőmérsékletére $3920 \pm 160 K$ -t kaptam, ez $\Delta T = 710 \pm 160 K$ hőmérsékletkülönbséget jelent, ami jó egyezésben van a [27] cikkbeli $\Delta T = 630 \pm 100 K$ -es értékkel. A foltparaméterek értéke az 5.1. táblázatban található. Az 5.9. ábrán a b és y sávban észlelt és illesztett fénygörbe látható egymás mellett az idő függvényében ábrázolva három foltos modell alkalmazása esetén, az 5.10. ábrán pedig ezek különbsége, a színindexgörbe látható fázis szerint ábrázolva.



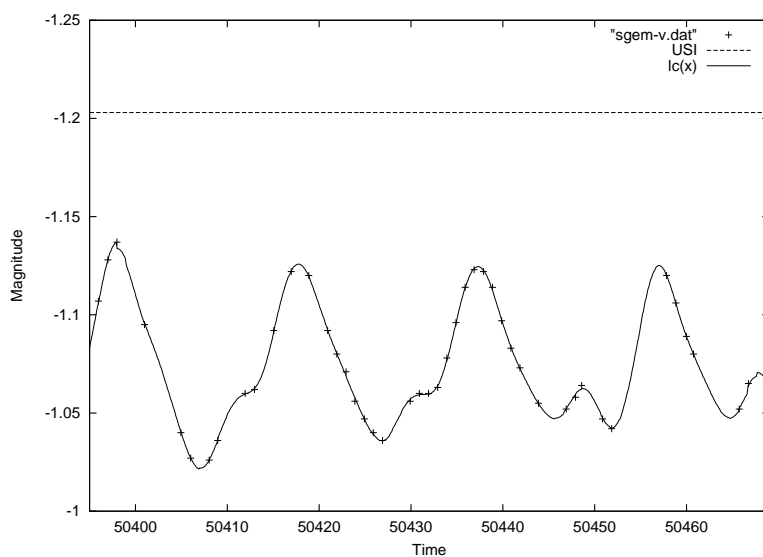
5.5. ábra.

A σ Gem y sávban észlelt és illesztett fénygörbéje egy-, két- illetve három foltos időben állandó modell alkalmazása esetén.



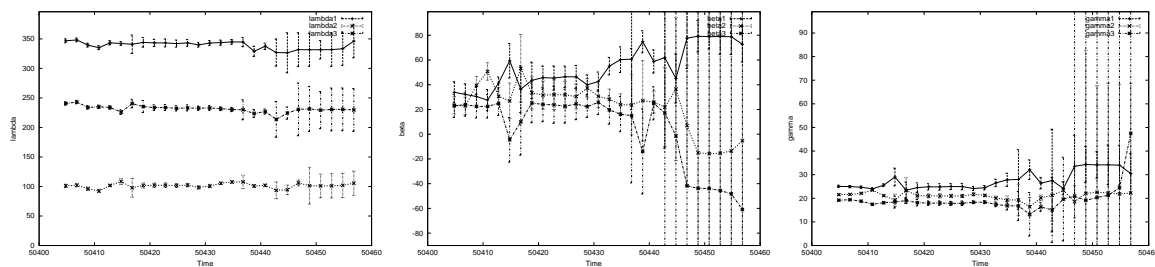
5.6. ábra.

A σ Gem y sávban észlelt és illesztett fénygörbéje egy- illetve két foltos idősoros modell alkalmazása esetén.



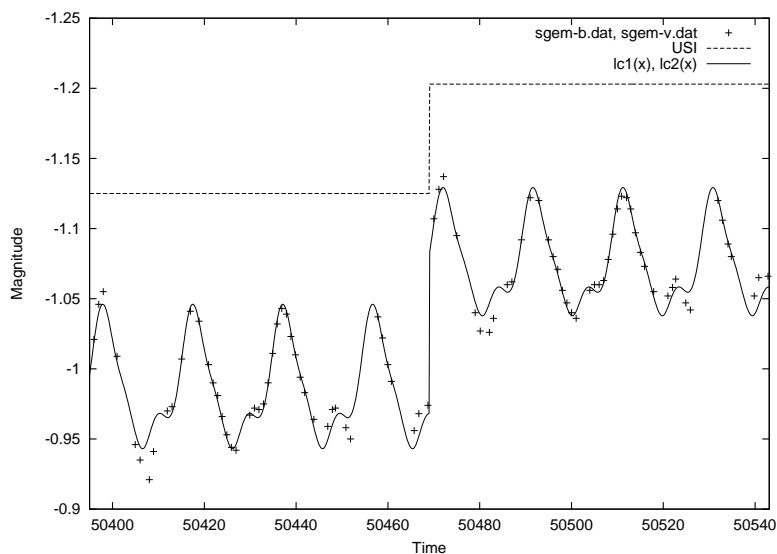
5.7. ábra.

A σ Gem y sávban észlelt és illesztett fénygörbéje három foltos idősoros modell alkalmazása esetén.



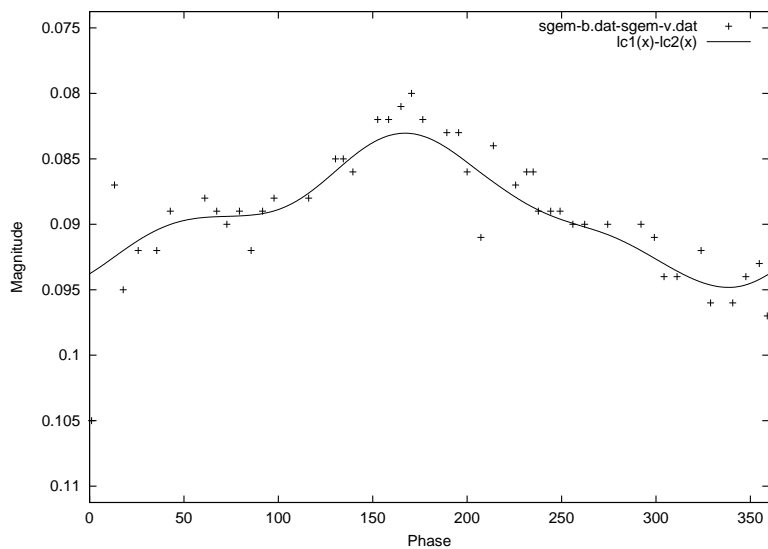
5.8. ábra.

A σ Gem y sávban észlelt adatsorára alkalmazott három foltos idősoros modell eredményéül kapott foltparaméterek (λ , β , γ) időbeli változása. Az ábrán a paraméterek hibája is fel van tüntetve.



5.9. ábra.

A σ Gem b és y sávban észlelt és illesztett fénygörbéje idő szerint ábrázolva három foltos folthőmérsékletes modell alkalmazása esetén.



5.10. ábra.

A σ Gem b és y sávban észlelt és illesztett fénygörbéjének különbsége, a színindexgörbe fázis szerint ábrázolva három foltos folthőmérsékletes modell alkalmazása esetén.

5.3. Alkalmazás a HD 12545-re

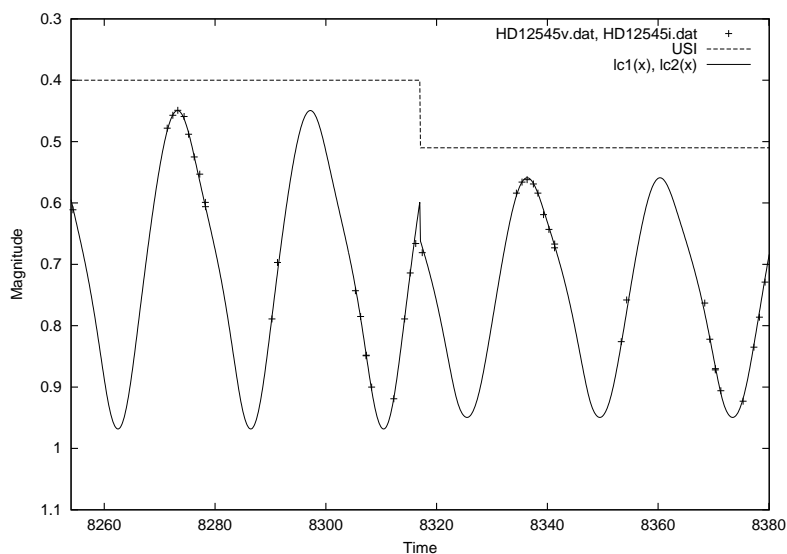
A HD 12545 óriáscsillag egy hosszú periódusú RS CVn típusú kettős rendszer tagja. Színképe K0III típusú. A csillag fénygörbáját 1991. január 17. és 1991. március 1. között vették fel az MTA Konkoly Obszervatórium Piszkés-tetői észlelőhelyén a Johnson–Cousins-féle $UBV(RI)_c$ színrendszerben [16]. A maximális fényváltozás az U , B , V , R_c , I_c színekben rendre 0.6, 0.57, 0.5, 0.38 magnitúdó volt, de még a $V - I_c$ színindexben is jelentős volt: 0.12 ± 0.01 magnitúdó. A nagy amplitúdó és a pontos többszín-fotometriai mérések lehetővé teszik a folthőmérséklet meghatározását.

A folthőmérsékletet a V és I_c sávban észlelt fénygörbéből határoztam meg. A csillag hőmérsékletére $4820 K$ -t feltételezve a folt hőmérsékletére $3742 \pm 104 K$ -t kaptam, ez $\Delta T = 1078 \pm 104 K$ hőmérsékletkülönbséget jelent, ami jó egyezésben van a [16] cikkbeli $\Delta T = 1130 \pm 60 K$ -es értékkel. A foltparaméterek értéke az 5.2. táblázatban található. Az 5.11. ábrán a V és I_c sávban észlelt és illesztett fénygörbe látható egymás mellett az idő függvényében ábrázolva három foltos modell alkalmazása esetén, az 5.12. ábrán pedig ezek különbsége, a színindexgörbe látható fázis szerint ábrázolva.

foltok száma	λ_1	β_1	γ_1	λ_2	β_2	γ_2	λ_3	β_3	γ_3
3	226	8	45.4	312	-18	31	122	30	25

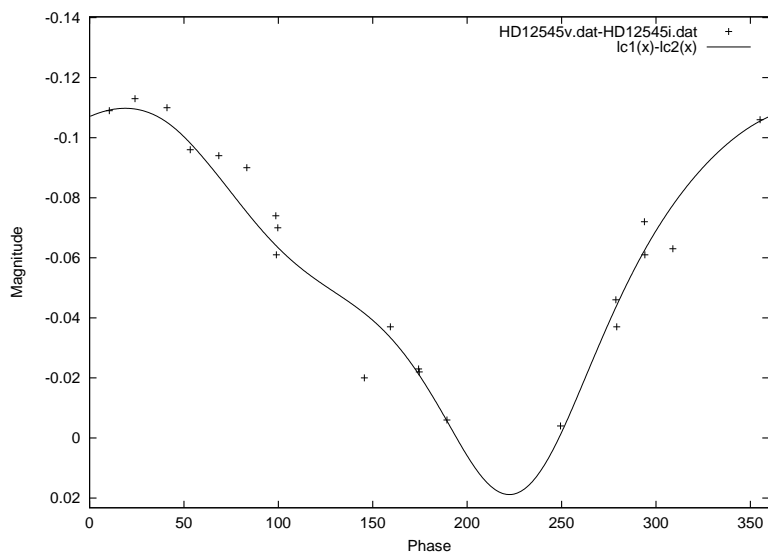
5.2. táblázat.

A HD 12545 V és I_c sávban észlelt fénygörbájéből kapott foltparaméterek három foltos folthőmérsékletes modell alkalmazása esetén.



5.11. ábra.

A HD 12545 V és I_c sávban észlelt és illesztett fénygörbéje idő szerint ábrázolva három foltos folthőmérsékletes modellel.



5.12. ábra.

A HD 12545 V és I_c sávban észlelt és illesztett fénygörbéjének különbsége, a színindexgörbe fázis szerint ábrázolva három foltos folthőmérsékletes modellel.

5.4. Alkalmazás az UZ Lib aktív óriáscsillagra

Az UZ Lib egy igen gyorsan forgó aktív óriáscsillag, forgási periódusa kb. 4.8 nap. Esetleges lapultsága az alacsony inklináció (<30 fok) miatt nem látszik. Spektroszkópiai kettős, a másodkomponense a főkomponens fényváltozását nem befolyásolja.

A felhasznált adatsor egy készülő munkából való, az adatokat eddig még senki sem dolgozta fel. A mérések egy bécsi tulajdonban lévő automata távcsővel készültek a Fairborn Observatory (Arizona, USA) területén, melyeket, és a csillagra vonatkozó alapadatokat témavezetőm bocsájtotta a rendelkezésemre.

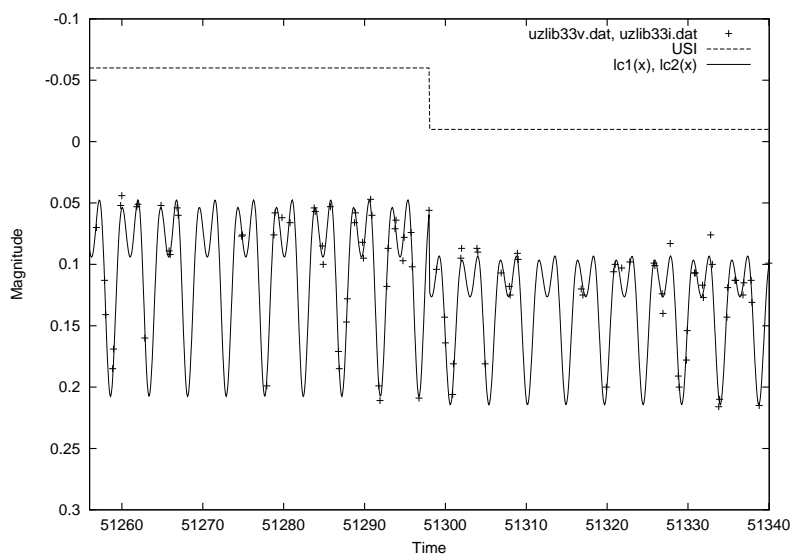
Az előző pontokban bemutattam, hogy foltparaméter- és hőmérséklet meghatározó programom a publikált eredményeket jól reprodukálja, így biztonságosan használható új eredmények elérésére is.

A V illetve I_c sávban észlelt fénygöréből meghatároztam a folthőmérsékletet. A csillag hőmérséklete $4800 K$. A folt hőmérsékletére $3459 \pm 82 K$ -t kaptam, ez $\Delta T = 1341 \pm 82 K$ hőmérsékletkülönbséget jelent. A foltparaméterek értéke az 5.3. táblázatban található. Az 5.13. ábrán a V és I_c sávban észlelt és illesztett fénygörbe látható egymás mellett az idő függvényében ábrázolva három foltos modell alkalmazása esetén, az 5.14. ábrán pedig ezek különbsége, a színindexgörbe látható fázis szerint ábrázolva.

foltok száma	λ_1	β_1	γ_1	λ_2	β_2	γ_2	λ_3	β_3	γ_3
3	88	-16	32.5	286	12	26.2	111	38	24.1

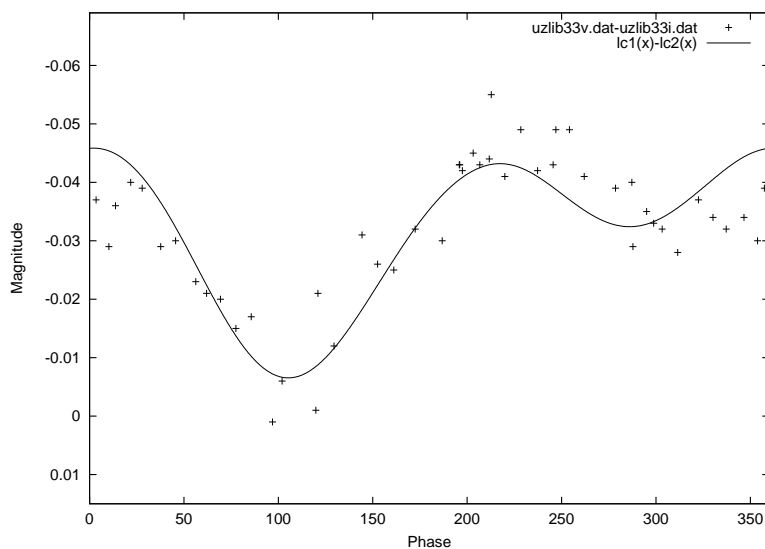
5.3. táblázat.

Az UZ Lib V és I_c sávban észlelt fénygörbéjéből kapott foltparaméterek három foltos folthőmérsékletes modell alkalmazása esetén.



5.13. ábra.

Az UZ Lib V és I_c sávban észlelt és illesztett fénygörbéje idő szerint ábrázolva három foltos folthőmérsékletes modellel.



5.14. ábra.

Az UZ Lib V és I_c sávban észlelt és illesztett fénygörbéjének különbsége, a színindexgörbe fázis szerint ábrázolva három foltos folthőmérsékletes modellel.

6. fejezet

Összefoglalás

Célszerű áttekinteni és összefoglalni a saját eredményeimet.

Kifejlesztettem egy fotometriai modellező programcsomagot, mely nagy pontossággal modellezi egy aktív csillag fényváltozását 1-3 folt esetére Budding [11], vagy Dorren [15] analitikus foltmodellje alapján.

A programcsomag alkalmas egy- és többszín-fotometriai mérések fázis szerinti, vagy idősoros modellezésére, többszín-fotometriai adatok esetén közvetlenül megadja a folthőmérsékletet az egyes színekben felvett fénygörbék *párhuzamos* illesztésével.

A programhoz grafikus kezelőfelület tartozik, mely jól használható az aktív csillagok oktatásában is, mert a különböző geometriai és fizikai paraméterek hatása a foltmodellre közvetlenül megfigyelhető a program működése során. A program az eredményeket (illesztett fénygörbék, foltparaméterek változása az idősoros modellnél) grafikusán ábrázolja. A program az eredményül kapott foltokat tetszőleges irányból, vagy a látóirányból nézve tetszőleges időpontban felrajzolja. Az idősoros modellnél a kapott foltok helyzetének változását mozgóképi formában jeleníti meg. Mindez nagymértékben elősegíti a csillag felszínén lejátszódó fizikai folyamatok szemléletes megértését.

Végezetül szeretném megemlíteni, hogy a dolgozatban szereplő programcsomagot egy folyóiratcikkben fogjuk bemutatni, és alkalmazni az IM Peg aktív óriáscsillag három évtized hosszú fotometriai adatsorára (amelynek nagy része még publikálatlan), témavezetőmmel, Oláh Katalinnal, és K.G. Strassmeierrel, a potsdami Csillagászati Intézet igazgatójával közösen. A cikk megjelenésével egyidőben a program mindenki számára hozzáférhető lesz.

Irodalomjegyzék

- [1] Gilliland, R. L. and Dupree, A. K. (1996). *Stellar Surface Structure*, IAU Symp. No. 176.
- [2] Oláh, K., Kolláth, Z. and Strassmeier, K. G. (2000). *Astronomy and Astrophysics* **356**, 643.
- [3] Bartus, J. (1996). *Occasional Technical Notes at Konkoly Observatory*
- [4] Amado, P. J., Doyle, J. G. and Byrne, P. B. (2000). *Monthly Notices of the RAS* **314**, 489.
- [5] Kővári, Zs., Bartus, J. (1997). *Astronomy and Astrophysics* **323**, 801.
- [6] Kron, G. E. (1952). *Astroph. J.* **115**, 301.
- [7] Vogt, S. S. and Penrod, G. D. (1983). *PASP* **95**, 565.
- [8] Saar, S. H. (1996). *Stellar Surface Structure*, IAU Symp. 176, ed. Strassmeier and Linsky, 237.
- [9] Kővári Zsolt (1999). *A csillagaktivitás fotometriai és spektroszkópiai modellezése*, Ph.D. értekezés
- [10] Bopp, B. W. and Evans, D. S. (1973). *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* **164**, 343.
- [11] Budding, E. (1977). *Astroph. and Space Sci.* **48**, 207-223.
- [12] Vogt, S. S. (1981). *Astroph. J.* **250**, 327.
- [13] Poe, C. H. and Eaton, J. A. (1985). *Astroph. J.* **289**, 644.
- [14] Bouvier, J., Bertout, C. and Bouchet, P. (1986). *Astr. Ap.* **158**, 149.
- [15] Dorren, J. D. (1987). *Astroph. J.* **320**, 756-767.

- [16] Strassmeier, K. G. and Oláh, K. (1992). *Astronomy and Astrophysics* **259**, 595.
- [17] <http://www.renyi.hu/~ribarik/SM>
- [18] <http://www.gnuplot.org>
- [19] <http://www.zsh.org>
- [20] <http://www.gnu.org>
- [21] <http://www.scriptics.com>
- [22] <http://www.povray.org>
- [23] Levenberg, K. (1944). *Quart. Appl. Math.* **2**, 164-168.
- [24] Marquardt, D. W. (1963). *SIAM J. Appl. Math.* **11**, 431-441.
- [25] Seber, G. A. F. and Wild, C. J. (1989). *Nonlinear Regression*, Wiley, New York.
- [26] Oláh, K., van Driel–Gesztelyi, L., Kővári, Zs. and Bartus, J. (1999). *Astronomy and Astrophysics* **344**, 163.
- [27] Kővári, Zs., Strassmeier, K. G., Bartus, J., Washuettl, A., Weber, M. and Rice, J. B. (2001). *Astronomy and Astrophysics*, in press.

Köszönetnyilvánítás

Ezúton mondok köszönetet a témavezetőmnek, Dr. Oláh Katalinnak, az irántam tanúsított áldozatkészségéért és türelméért, valamint azokért az ötleteiért és kritikáiért, melyekkel a programcsomag és a dolgozat elkészülését nagymértékben elősegítette.

Köszönet illeti még egykori tanáromat, Dr. Marik Miklóst, aki magát a csillagászatot szeretettette meg velem. Itt köszönöm meg Dr. Szeidl Bélának is, hogy felhívta a figyelmem erre az érdekes témára.